SÉRIE A, N° 3663
N° D'ORDRE : 4515

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

JEAN CH. VIÉNOT

1re THÈSE

RÉALISATION D'UN PÉRIODOGRAPHE OPTIQUE
APPLICATIONS A L'ÉTUDE DES FONCTIONS DE TRANSPARENCE

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

LES MASERS OPTIQUES

Soutenues le 19 décembre 1960 devant la Commission d'Examen

Jury { MM. P. JACQUINOT — *Président.*
A. MARÉCHAL, M. FRANÇON — *Examinateurs.*
P. M. DUFFIEUX — *(Invité.)*

Série A, n° 3663
N° d'ordre : 4515

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Jean Ch. VIÉNOT

1re THÈSE

RÉALISATION D'UN PÉRIODOGRAPHE OPTIQUE
APPLICATIONS A L'ÉTUDE DES FONCTIONS DE TRANSPARENCE

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

LES MASERS OPTIQUES

Soutenues, le 19 décembre 1960, devant la Commission d'Examen

Jury — MM. P. JACQUINOT — *Président.*
A. MARÉCHAL, M. FRANÇON — *Examinateurs.*
P. M. DUFFIEUX — *(Invité.)*

RÉALISATION
D'UN PÉRIODOGRAPHE OPTIQUE

APPLICATIONS A L'ÉTUDE
DES FONCTIONS DE TRANSPARENCE

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen . . . . . J. PÉRÈS

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et algèbre supérieure.
DE BROGLIE ..	T	Théories physiques.
PRENANT	T	Anatomie et histol. comparées.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.
BARRABÉ	T	Géologie struct. et géologie appliquée.
BOURCART	T	Géogr. physique et géol. dynamique.
PLANTEFOL	T	Botanique.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.
PRÉVOST	T	Chimie organique.
BOULIGAND ...	T	Application de l'analyse à la géométrie.
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.
WYART.....	T	Minéralogie.
TEISSIER	T	Zoologie.
MANGENOT	T	Biologie végétale.
P. AUGER	T	Physique quantique et relativité.
MONNIER	T	Physiologie générale.
PIVETEAU	T	Paléontologie.
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).
H. CARTAN ...	T	Mathématiques (E.N.S.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.
COULOMB	T	Physique du globe.
M[lle] COUSIN ...	T	Biologie animale (S.P.C.N.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.
P. DRACH	T	Zoologie.
KASTLER	T	Physique (E.N.S.).
EPHRUSSI.....	T	Génétique.
WURMSER	T	Biologie physico-chimique.
RIVIÈRE	T	Géologie (S.P.C.N.) (Orsay).
GAUTHERET ...	T	Biol. végétale (P.C.B.).
LUCAS	T	Recherches physiques.
A. THOMAS	T	Biol. cellulaire.
ARNULF	T	Optique appliquée.
M. MORAND ...	T	Enseignement de physique.
SOLEILLET	T	Physique (P.C.B.).
FORTIER.....	T	Mécanique expérimentale des fluides.
DANJON	T	Astronomie.
PETIT	T	Biologie maritime.
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
GALLIEN	T	Embryologie.
EICHHORN	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).
DE CUGNAC. ..	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).
M[lle] CAUCHOIS .	T	Chimie physique.
THELLIER	T	Physique du globe.
L'HÉRITIER ...	T	Génétique.
GRIVET.....	T	Radio-électricité.
PONCIN	T	Mécanique générale.
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
QUELET	T	Chimie organique.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
CHAMPETIER ...	T	Chimie macromolécul.
CUVILLIER	T	Micropaléontologie.
JUNG	T	Pétrographie.
TRILLAT	T	Microscopie et diffract. électronique.
WIEMANN	T	Chimie organique et structur.
JACQUINOT	T	Spectroscopie et phys. céleste.
VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
DESTOUCHES ..	T	Théories physiques.
PRUVOST	T	Géologie.
AMIEL	T	Chimie générale.
HOCART	T	Minéralogie.
J.-P. MATHIEU .	T	Physique (Orsay).
COUTEAUX	T	Biol. animale (P.C.B.).
MAY	T	Zoologie (Orsay).
CHOQUET	T	Théor. des fonctions et topologie.
FELDMANN	T	Biol. végétale marine.
GUINIER.....	T	Physique des solides.
JOST	T	Physiologie comparée.
FORTET	T	Calcul des prob. et physique mathématique.
SCHWARTZ	T	Calc. diff. et intégr.
CHOUARD	T	Physiologie végétale.
MALAVARD.....	T	Aviation.
BRELOT	T	Calcul différentiel.
NORMANT.....	T	Synthèse organique.
BÉNARD	T	Chimie minérale.
BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
DUGUÉ	T	Statistiques mathém.
GELOSO	T	Chimie (S.P.C.N.).
SOULAIRAC.....	T	Psychophysiologie.
ULRICH	T	Physiologie végétale.
MARÉCHAL	T	Optique théorique et appliquée.
KIRRMANN.....	T	Théories chimiques.
CHADEFAUD....	T	Botanique.
M[lle] LE BRETON	T	Physiol. générale.
SALEM	T	Mathématiques générales.
LELONG	T	Mathématiques générales.
DEVILLERS	T	Anatomie et histol. comparées.
EHRESMANN ...	T	Topologie algébrique.
FRANÇON	T	Physique (S.P.C.N.).
GLANGEAUD ...	T	Géogr. physique et géologie dynamique.
GODEMENT	T	Mathématiques (M.G.P.).
PISOT	T	Techniques mathém. de la physique.
ROCH E.	T	Géologie.
SCHATZMANN ..	T	Astrophysique.
TERNIER	T	Paléontologie stratigraphique.
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
LENNUIER	T	Physique (M.G.P.).
RIZET		Génétique.
ROUTHIER	T	Géologie appliquée.
M[me] TONNELAT.	T	Relativité.
DIXMIER	T	Mathématiques (M.P.C.).
SOUCHAY	T	Chimie générale.
AIGRAIN	T	Électrotechn. générale.
BRUSSET		Chimie minérale.
M. LEVY	T	Physique théorique des hautes énergies.
M[me] CHAIX		Chimie biologique.
M[me] HUREL-PY.		Biol. vég. (P.C.B.).
PIAUX		Chimie (M.P.C.).

Brun	T	Mécanique expér. des fluides.
Lederer	T	Chimie biologique.
Mme Dubreil .	T	Mathématiques.
Mme Lelong ..	T	Mathém. (E.N.S.).
Bellair	T	Géologie (S.P.C.N.).
Cotte.....	T	Physique (Orsay).
J.-E. Dubois ..	T	Chimie organique.
Lamotte		Zoologie (E.N.S.).
Michel André..	T	Chimie (S.P.C.N.).
Olmer	T	Energétique générale.
Rouault	T	Physique générale.
Gauthier	T	Mécanique appliquée.
Barchewitz ...	T	Chimie physique.
Brossel.....	T	Physique atomique.
Buser		Physiologie comparée.
Camus		Physiol. vég. (3e cycle).
Castaing		Physique générale.
Curien		Minéralogie et cristallographie.
Moyse	T	Physiol. vég. (Orsay).
Pannetier		Chimie (S.P.C.N.).
Possompes	T	Zoologie.
Pullmann.....		Chimie théorique.
Teillac		Physique nucléaire et radioactivité.
Tonnelat		Biol. physico-chimique.
Ville	T	Économétrie.
Willemart		Chimie (P.C.B.).
Dodé	T	Chimie (S.P.C.N.) (Orsay).
Freymann	T	Physique générale.
Guinochet	T	Biol. vég. (Orsay).
Rollet	T	Chimie (P.C.B.).
Mlle Josien ...	T	Chimie (P.C.B.).
Chevalley ...	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.
Arnoult	T	Électronique.
Chapelle	T	Physique (M.P.C.) (Orsay).
Delange	T	Mathématiques (Orsay).
Deny	T	Mathématiques (M.G.P.).
Germain	T	Mécanique théorique des fluides.
G. Lucas	T	Géologique.
Allard		Chimie physique.
Berthelot		Physique nucléaire et radioactivité.
Bricard		Météorologie et physique de l'atmosphère.
Mme Albe-Fessard		Psychophysiol.
Friedel		Physique des solides.
M. Julia		Étude des molécules organiques complexes.
Lender		Biol. animale (S.P.C.N.) (Orsay).
Magat		Physico-chimie des rayonnements.
Mlle Quintin ..	T	Électrochimie.
Monod	T	Chimie du métabolisme.
Benoit.....	T	Physiologie animale.
De Possel	T	Analyse numérique.
Charlot	T	Chimie analytique.
Haissinsky ...	T	Radiochimie.
Lemée	T	Physiologie (B.M.P.V.).
Guérin	T	Chimie (M.P.C.).
M. Chatelet ..		Chimie (S.P.C.N.).
Jean		Physique nucléaire et radioactivité.
Mattler		Physique (S.P.C.N.).
Michel (Louis) .		Physique théorique des hautes énergies.
Rumpf		Chimie (P.C.B.).
Bergerard ...		Zoologie (Orsay).
Bertein		Électronique.
Bouissières ...		Chimie des radio-éléments.
Mme Couture .		Physique (P.C.B.).
Ellenberger..		Géologie structurale et géologie appliquée.
Franc		Biologie animale.
Schnell		Botanique tropicale.
Stolkowski ...		Physiologie générale.
Acher		Chimie biologique (Orsay).
Baudoin		Biologie animale (P.C.B.).
Beaumont.....		Biologie animale (S.P.C.N.).
Blamont		Géophysique ionosphère.
Bourreau		Biologie végétale (S.P.C.N.) (Orsay).
D. Curie.....		Physique (M.G.P.).
Durand-Delga		Géologie.
Fréon		Chimie (P.C.B.).
Heller		Physiologie végétale.
Tortrat		Calcul des probabilités.
Cailleux		Géologie (S.P.C.N.).
Magnan.....		Physique (M.P.C.).
Daudel		Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la physique nucléaire.
Mlle Fourcroy .		Biologie végétale (S.P.C.N.).

Secrétaire général . . . . . R. Poullain

Ce travail a été effectué au laboratoire de M. le Professeur DUFFIEUX. Je voudrais lui exprimer ma profonde gratitude, non seulement pour ce qu'il m'a apporté au cours de nos discussions, ses encouragements et la part qu'il a prise dans la réalisation de l'appareillage, mais surtout pour l'amitié qu'il m'a témoignée depuis le jour où j'entrai comme élève en son laboratoire. Ses idées sont à la base de l'Analyse Harmonique, elles constituent la trame de la présente étude.

M. le Professeur HOPKINS fut aussi mon Maître. Je souhaite qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour l'accueil qu'il m'a réservé à l'Imperial College de l'Université de Londres. Il n'a cessé de me guider au cours d'un précédent travail grâce auquel des résultats furent obtenus dès le début de ces recherches.

Qu'il me soit permis de remercier tout particulièrement M. le Professeur JACQUINOT d'avoir bien voulu suivre cette étude, pour ses nombreuses suggestions, et l'honneur qu'il m'a fait de présider ma thèse.

Je suis très reconnaissant à M. le Professeur ARNULF qui m'a toujours accordé sa bienveillante sollicitude, ainsi qu'à M. le Professeur MARÉCHAL et à M. le Professeur FRANÇON; leurs conseils m'ont été souvent précieux.

Il me reste enfin l'agréable devoir de m'adresser aux chercheurs, aux techniciens et au personnel du Laboratoire de Physique Générale et du Secrétariat de la Faculté des Sciences de Besançon. Je les remercie de leur aide matérielle et de la gentillesse dont j'ai été entouré lors de la préparation de cette thèse.

TABLE DES MATIÈRES

PAGES

CHAPITRE PREMIER. — **Introduction** 1

1 Étude d'un système transmetteur. Relations générales 2

1,1 Fonction de transfert d'une pupille 2

1,2 Passage à l'image finale 3

2 Problème posé au périodographe 5

2,1 Généralité du problème 5

Dispersion dans l'espace des fréquences 5

Représentation par transformée-intégrale 5

2,2 Position du problème au point de vue physique 6

2,3 Spectre d'une fonction de transparence 7

2,4 Opérations fondamentales limitant la méthode proposée 9

3 Conséquences des équations générales 11

Applications de la méthode d'analyse en relation avec les possibilités du périodographe 11

4 Plan général 12

CHAPITRE II. — **La méthode interférométrique. Détermination de b (N) par la mesure d'un flux modulé** 14

1 Calcul de l'énergie transmise par B (x) 14

2 Étude des fonctions qui interviennent dans l'opération précédente 17

2,1 Fonction P (x) 17

2,2 Fonctions B et D 17

3 Pouvoir de résolution de l'appareil 19

3,1 Influence de la fonction limitatrice sur le spectre de la fonction de transparence effective B_0. Limitation par une fente à bords nets ... 19

3,2 Pouvoir de résolution suivant le critère de RAYLEIGH 21

3,3 Autre remarque : influence de la région de coupure dans le cas d'une transparence de structure simple 22

4 Conditions générales et techniques de mesure de T (N) 23

5 Mesure de la phase φ (N) 27

5,1 Mesures à l'oscilloscope 27

5,2 Détermination des composantes réelle et imaginaire du spectre 29

Appendice. — POUVOIR DESCRIPTIF DU SPECTRE DE LA FONCTION B (x), LIMITÉE DANS UN DOMAINE DE LARGEUR RÉDUITE 31

PAGES

CHAPITRE III. — **Mesure de l'énergie transmise par la pupille analysée** 34

1 Éléments intervenant dans la mesure 34

1,1 Généralités 34

1,2 Ouverture de la lentille collectrice frontale 34

1,3 Effets de la sensibilité locale de la photocathode 36

1,4 Pupille réceptrice 36

2 Géométrie du système optique compris entre (D) et le PM. Discussion des montages utilisés 39

2,1 Remarque préliminaire : intensité moyenne du faisceau modulé incident sur (D) 39

2,2 Flux dans le plan de (D) 42

2,3 Transmetteur de flux en optique sphérique 43

2,4 Systèmes cylindro-sphériques 45

3 Le récepteur. Mesure du courant photo-électrique 48

3,1 Le photomultiplicateur et son alimentation 48

3,2 Enregistrement direct du courant de sortie du PM 50

3,3 Examen du signal à l'oscilloscope 50

Réalisation d'un filtre passe-bas 51

3,4 Amplification du courant du PM 54

3,41 Amplification par tubes électromètres 54

3,42 Amplificateur continu classique 54

3,5 Détection du signal de PM au moyen d'un analyseur de fréquences ... 54

CHAPITRE IV. — **Éclairement dans le plan de la pupille d'entrée de l'interféromètre. Étude du faisceau incident** 56

1 Introduction 56

2 La source lumineuse 58

2,1 Conditions d'éclairage 58

2,2 Stabilité des sources 58

2,3 Solutions proposées 61

2,31 Homogénéisation de la surface radiante 61

2,32 Alimentation de la lampe 62

3 Le monochromateur polarisant 62

3,1 Remarques préliminaires 62

3,2 Polariseur à prisme de quartz 63

4 Sections du faisceau par différents plans le long de l'axe optique 65

4,1 Exploration d'une section du faisceau. Matériel utilisé 65

4,11 Exploration photo-électrique 65

4,12 Examen photographique. Exploration au microphotomètre 66

PAGES

4,2 Manipulation. Sections dans des plans particuliers 67
4,3 Influence de l'état des surfaces optiques sur le profil du faisceau.... 70
4,4 Conclusions 70
5 Le collimateur 73
5,1 Collimateur à deux étages 73
5,2 Sections du faisceau émergent à différentes distances de C. Choix de l'objectif C 73

CHAPITRE V. — **Production et mise en œuvre de la répartition sinusoïdale P (*x*)**... 77

1 Interféromètre de MICHELSON classique 77
2 Affaiblissement de la visibilité des franges dans la répartition d'intensité produite par un interféromètre à deux ondes 77
2,1 Effets de l'inégalité des intensités dans les deux bras de l'interféromètre 78
2,2 Cohérence chromatique 79
2,3 Cohérence spatiale 80
3 Déplacement de la frange centrale. Plan de visibilité maximale..... 82
4 L'interféromètre en polarisation 84
4,1 Optique de l'interféromètre 84
4,2 Montage mécanique des pièces optiques. Réglages 87
Rotation autour d'un axe vertical obtenue par élasticité 88
Miroir M_1. Variation de la différence de marche 90
Support antivibratoire 90
Réglage optique et mécanique de l'interféromètre..... 93
5 Variation de la période de P (*x*) 93
5,1 Variation continue de l'angle des faisceaux interférents 94
5,2 Variation de N par modification de l'orientation du miroir M_2..... 96
6 Défilement des franges dans le plan de (D) 96
6,1 Fonctionnement en continu. Balayage va-et-vient à vitesse lente.... 97
6,11 Libration d'une lame à faces parallèles..... 97
6,12 Balayage par réflexion sur un miroir entraîné par came. 97
Effet du mouvement de la came sur l'enregistrement de $\Phi(x_0; N)$ 98
6,2 Fonctionnement en alternatif. Balayage rapide 100
7 Arrangement général du périodographe 105

CHAPITRE VI. — **Exemples d'étude de pupilles du type B.D.**..... 106

1 Rappels de quelques résultats 106
1,1 Sensibilité de la méthode 106
1,2 Détermination des fonctions de transfert de contraste pour des systèmes complexes 107

PAGES

2 Contribution à l'étude d'une image photographique 108

2,1 Critères de qualité. Limites d'évaluation de l'information contenue dans une image 108

2,2 Granulation et bruit 111

2,3 Détermination du spectre d'une image photographique 115

Techniques habituellement utilisées 116

2,31 Diffraction à l'infini 116

2,32 Emploi des fonctions de corrélation 116

2,33 Exploration par une ouverture de petites dimensions... 117

2,34 Étude comparative d'une photographie suivant deux méthodes différentes : l'analyseur harmonique et le périodographe 118

2,4 Pupilles (D) à profils particuliers 120

2,41 Intérêt de ces pupilles..... 120

2,42 Conditions de linéarité..... 120

2,43 Construction et reproduction de pupilles à profils exponentiels. Effets de la non-linéarité..... 121

2,44 Spectres des pupilles précédentes 127

Modification du spectre due à l'inclinaison du biprisme sur son support 128

Emploi des pupilles apodisantes comme diaphragme (D). 131

3 Analyse d'une piste sonore de film 132

Conclusions 137

Bibliographie 139

Chapitre Premier

INTRODUCTION

En imagerie géométrique classique, la représentation des objets au moyen de configurations planes et la réciprocité des lois de correspondance conduisent à une description plan par plan du milieu objet qui est ainsi traité comme une succession d'ensembles de composantes bidimensionnelles. De cette représentation, pouvant apparaître comme une conséquence des relations de conjugaison suivant l'approximation gaussienne, résulte une perte d'information qui n'est que partiellement compensée lorsque l'objet est exploré en profondeur, et l'élaboration de critères de tolérance fixant les limites acceptables de l'incertitude devient alors nécessaire.

Compte tenu de ces restrictions, l'objet peut toujours être considéré comme une superposition de structures périodiques élémentaires, représentées mathématiquement par des fonctions harmoniques simples de fréquences connues. Dès lors, à chaque composante de fréquence donnée dans l'espace objet, une composante de même fréquence est associée dans l'espace image. Son amplitude relative et son état de phase sont fixés suivant une loi de correspondance déterminée par le processus de transmission [1]. On peut donc se demander comment rendre compte du passage, puis de l'arrangement final, des différentes fréquences d'espace traversant un système optique complexe; si l'on suppose que le signal d'entrée contient à la fois le message original et le bruit, on sait que le système effectue un filtrage sélectif dont la bande passante est caractéristique : le gain complexe de la transformation est une fonction de réponse en fréquence — *fonction de transmission* ou *fonction de transfert*. Le système se comporte en général comme un filtre passe-bas; dans l'image, le contraste et les effets de déphasage, fonctions de la fréquence, sont calculables ou peuvent être mesurés.

Les qualités de l'image finale fournie par un tel système dépendent de la transmission de chacun des éléments de celui-ci. A un stade quelconque de sa formation — par exemple dans l'image photographique —, l'image peut être définie par une certaine fonction indiquant la présence et l'importance relative des composantes de fréquences différentes.

D'autre part, la recherche des qualités de transmission d'une pupille ou d'un élément du système revient à celle du coefficient ou de la fonction de filtrage. Cette fonction est de même nature que la précédente, nous l'appellerons densité spectrale ou *densité de fréquence*. Le périodographe a été réalisé en vue de la détermination de cette densité.

1 ÉTUDE D'UN SYSTÈME TRANSMETTEUR RELATIONS GÉNÉRALES

1,1 Fonction de transfert d'une pupille.

Les conditions d'isoplanétisme étant satisfaites à l'intérieur d'un domaine suffisamment étendu pour en justifier l'approximation, tout arrangement optique jouit des propriétés des systèmes linéaires et homogènes, et l'opération fondamentale de la formation de l'image s'exprime par la relation de convolution :

$$(1,1) \qquad I'(u', v') = \iint_{(\text{objet})} I_0(u, v) \cdot G(u' - u, v' - v)\, du\, dv,$$

ou par son équivalente dans l'espace de Fourier :

$$(1,2) \qquad i'(s, t) = i_0(s, t) \cdot g(s, t).$$

$I_0(u, v)$ et $I'(u', v')$ sont les répartitions énergétiques dans les plans objet et image respectivement; $G(u', v')$ est la réponse du système à une fonction impulsion : c'est l'image à travers le système d'une fente objet infiniment fine ou d'un point objet (dans ce cas, G sera la figure d'Airy pour un système à pupille circulaire). $i_0(s, t)$, $i'(s, t)$ et $g(s, t)$ sont les transformées de Fourier des fonctions précédentes. u et v étant des variables d'espace, les nouvelles variables s et t sont leurs réciproques dont l'interprétation montre qu'elles représentent effectivement des fréquences spatiales.

Soient, dans le plan pupillaire, x et y les coordonnées cartésiennes géométriques comptées perpendiculairement à l'axe optique et r le rayon de la pupille. Les coordonnées réduites $\bar{x}$ et $\bar{y}$ sont définies par :

$$x = \frac{x}{r}, \qquad y = \frac{y}{r}.$$

u, v et u', v' sont les coordonnées réduites dans le plan de l'objet et dans le plan image; elles sont liées aux distances géométriques ξ, η (dans l'objet) par les relations :

$$u = \frac{n \sin \alpha}{\lambda} \xi, \qquad v = \frac{n \sin \alpha}{\lambda} \eta,$$

n étant l'indice du milieu considéré, λ la longueur d'onde de la lumière monochromatique utilisée, α l'angle que fait le rayon marginal avec l'axe. Ces relations, primées, définissent les coordonnées réduites dans le plan image.

Soit maintenant $f(x, y)$ la répartition d'amplitude complexe dans le plan de la pupille Pu (fonction pupillaire). D'après le principe de Huygens-Fresnel, l'amplitude complexe $F(u', v')$ due à la source secondaire ponctuelle placée à l'origine O ($u = 0$, $v = 0$), est représentée par :

$$(1,3) \qquad F(u', v') = \iint_{(\text{Pu})} f(x, \bar{y}) \cdot \exp\left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} (u' \bar{x} + v' \bar{y}) \right\} dx\, dy,$$

la quantité $(u' x + v' y)$ étant proportionnelle au retard de marche du rayon traversant (Pu) au point $(x, \bar{y})$ sur le rayon passant par le centre de la pupille.

La répartition de luminance dans l'image O′ de O sera :

$$G(u', v') = |F(u', v')|^2 = F(u', v') \cdot F^*(u', v'), \tag{1,4}$$

où $F^*(u', v')$ représente la fonction conjuguée complexe de $F(u', v')$.

Par conséquent, la transformée $g(s, t)$ de la fonction $G(u', v')$ s'exprime en fonction de $f(x, y)$ en appliquant le théorème de PARSEVAL. Après déplacement de l'origine par la translation $\left(\frac{s}{2}, \frac{t}{2}\right)$ et normalisation par le facteur $g(0,0)$, il vient [2] :

$$\mathfrak{T}(s, t) = \frac{g(s, t)}{g(0, 0)} = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} f\left(x + \frac{s}{2}, y + \frac{t}{2}\right) f^*\left(x - \frac{s}{2}, y - \frac{t}{2}\right) dx\, dy}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |f(x, y)|^2 dx\, dy} \tag{1,5}$$

$\mathfrak{T}(s, t)$ est le facteur de transmission des fréquences : *fonction de réponse en fréquence* ou *fonction de transfert* du système.

Remarques.

a) L'établissement des relations ci-dessus ne fait pas intervenir le mécanisme de formation de l'image (optique géométrique, ondulatoire ou corpusculaire).

b) La fréquence normalisée s définie précédemment :

$$s = \frac{1}{u} = \frac{\lambda}{n \sin \alpha} \cdot \frac{1}{\xi}$$

permet de donner une signification physique à la quantité $\frac{1}{\xi}$. De façon générale, nous désignerons par N une telle quantité, inverse d'une longueur. C'est une fréquence d'espace qui indique le nombre de structures élémentaires par unité de longueur (ou de surface).

1,2 **Passage à l'image finale.**

Considérons un système dont les éléments sont de natures différentes, par exemple l'ensemble objectif-émulsion photographique. Soient encore I_0 la fonction de répartition d'intensité dans l'objet, G la répartition dans l'image d'une source ponctuelle donnée par l'objectif et E celle de l'image d'un point donnée par l'émulsion (Les paramètres qui régissent E dépendent du type de l'émulsion, des conditions de tirage et de développement.) L'opération globale fait donc passer successivement de l'objet à l'image aérienne, puis à l'image latente et à l'image définitive. Tout se passe comme si l'on faisait subir à la fonction $I'(u', v')$ de l'équation (1,1) une nouvelle convolution dans laquelle E joue le rôle d'opérateur. On peut alors exprimer la fonction de répartition d'intensité, I'', dans l'image photographique effective, par le double produit de composition :

$$I'' = I_0 \otimes G \otimes E. \tag{1,6}$$

Entre les transformées de ces fonctions, la relation algébrique :

$$i'' = i_0 \cdot g \cdot e, \tag{1,7}$$

est valable autant que l'on suppose l'émulsion se comportant comme un système linéaire. Ceci implique en particulier plusieurs conditions restrictives qui seront discutées et montreront l'intérêt de l'étude du spectre des images développées.

D'une façon générale, lorsqu'on est en présence d'un système à n éléments en cascade, définis par leurs réponses individuelles, $E_1, E_2, \ldots E_n$, à une fonction impulsion, le passage objet — transmetteur ⟶ récepteur (image finale) s'exprime par la relation :

$$I^{(n)} = I_0 \otimes E_1 \otimes E_2 \otimes \ldots \otimes E_n, \tag{1,8}$$

c'est-à-dire, dans l'espace des fréquences :

$$i^{(n)} = i_0 \,.\, e_1 \,.\, e_2 \ldots e_n; \tag{1,9}$$

en normalisant comme dans la relation (1,5), on définira une fonction de transfert globale déduite des fonctions de transfert, $\mathfrak{T}_i\,(s, t)$, de chacun des éléments du système :

$$\mathfrak{T} \quad \prod_{i\ \ 0}^{n} \mathfrak{T}_i. \tag{1,10}$$

L'étude de l'un des éléments du système pourra être effectuée soit directement, soit par l'intermédiaire de l'un des produits partiels $(E_i \otimes E_j)$ ou $(e_i \,.\, e_j)$. Cette étude pourra être entreprise au périodographe. Par exemple, le spectre de l'image photographique étant le produit du spectre de l'émulsion par celui de l'objectif de prise de vue, la fonction de réponse en fréquence de ce dernier sera déterminée par analyse de la photographie d'un objet connu, enregistrée sur une émulsion connue : la relation (1,7) fournira le terme g.

Remarques.

a) Le second membre de (1,7) apparaît comme une mesure de la qualité d'un système objectif-émulsion : la quantité d'information susceptible d'être obtenue est représentée par l'intégrale étendue à l'ensemble de toutes les fréquences spatiales N :

$$V = \int_{-\infty}^{+\infty} (i_0 \,.\, g \,.\, e)\, dN. \tag{1,11}$$

Ce « volume d'information », rapporté à deux dimensions, est comparable au rapport de Strehl [3].

b) La définition de $I^{(n)}$ peut s'accompagner d'indéterminations : si sa mesure est celle d'une transparence effectuée sur un cliché photographique, les résultats seront différents suivant l'ouverture des faisceaux, le type d'éclairage adopté pour l'exploration de la fonction (imprécisions dues à l'effet Callier), la mise au point en profondeur (1) dans la couche développée (2). D'autre part, la phase ne pourra être atteinte par mesure immédiate de densité optique.

(1) La structure de l'image peut ne pas être résolue dans toute l'épaisseur de la couche lorsque la profondeur de champ est faible, c'est-à-dire lorsque l'objectif photographique est de courte focale (L. P. Clerc, *Technique Photographique*, p. 928).

(2) On peut toujours considérer, du point de vue microscopique, un grand nombre de grains; cependant, l'effet plus important de granulation n'est pas négligeable et non appréciable directement.

2 PROBLÈME POSÉ AU PÉRIODOGRAPHE

2,1 Généralité du problème.

La connaissance de la limite de résolution d'un système complexe, qu'il soit optique, photographique, ou à récepteur quelconque, n'est en général pas suffisante pour prévoir ou décrire le résultat des opérations effectuées à partir du signal d'entrée. Les considérations développées plus haut permettent de parvenir à ce résultat — signal de sortie ou image — en nous ramenant à la question : comment définir complètement les fonctions $\mathfrak{T}$ de la relation (1,10) ? Mise en œuvre au moyen d'un appareillage relativement simple, l'analyse de Fourier répond à la question en fournissant des renseignements, fréquence par fréquence, sur les conditions de transfert (étude des pupilles) et d'enregistrement (étude des clichés photographiques). Pratiquement, il y a toujours lieu d'envisager l'un ou l'autre de ces deux aspects, et l'appareillage d'étude devra être à même d'assumer les deux fonctions suivantes :

a) mesure de la transmission en fréquences d'une pupille;

b) évaluation de la répartition des fréquences, de leurs amplitudes et de leurs phases dans une image définitive.

Il s'agit donc d'une statistique au sens large : étant donnée une fonction que nous appellerons B (x), dans laquelle x est une coordonnée d'espace, on veut savoir s'il existe, dans la représentation de cette fonction, un certain nombre d'éléments de répétition dont on déterminera les valeurs relatives. Le problème est celui de la représentation spectrale de B, c'est-à-dire la recherche des fréquences qui entrent dans B et forment le spectre *b*. L'aspect immédiat est une décomposition de B en fonctions élémentaires harmoniques simples. Il conduit à une suite finie de fréquences spatiales N_j, d'amplitude A_j et de phase φ_j :

$$B(x) = \sum_{j=0}^{n} A_j \cos(2\pi N_j x + \varphi_j) + r(x); \qquad (1,12)$$

r (x) représente :

— la contribution des hautes fréquences, c'est-à-dire, finalement, tout ce qui ne peut être déterminé par la méthode utilisée, y compris le bruit;

— l'incertitude due à la limitation de la fonction B : la position de la coupure peut créer quelque ambiguïté dans la représentation de la fonction.

Dispersion dans l'espace des fréquences.

Représentation par transformée-intégrale.

Dans la plupart des cas qui nous intéressent, on se trouve amené à abandonner les valeurs discrètes de j et à passer à l'intégrale, toutes les fréquences étant représentées dans le spectre *b*. Tout d'abord, pour nous placer d'un point de vue expérimental et qualitatif, prenons un cliché photographique : c'est un exemple très général de pupille transparente (1). La phase n'y est définie qu'autour d'une valeur moyenne qui est

(1) Il ne s'agit pas d'une transparence à variations continues si l'on considère la structure fine, granuleuse.

la moyenne des phases dans chaque domaine élémentaire; elle est variable d'un point à l'autre de la région d'analyse, donc les vecteurs représentatifs des amplitudes complexes correspondant aux termes d'un développement en série prennent toutes les orientations dans le système d'axes (A_{re}, A_{im}, N). De plus, la répartition des origines des vecteurs le long de l'axe réel, A_{re}, est un ensemble de points dont les abscisses deviennent rapidement incommensurables : le passage de la fréquence N_j à la fréquence N_k se fait par l'intermédiaire d'une dispersion dont l'effet est un élargissement et un allongement des raies suivant des éléments de surfaces gauches, (N_j, $A_j + \Delta A_j$) et (N_k, $A_k + \Delta A_k$), qui se chevauchent dans l'espace de fréquences (*fig.* 1). Une continuité apparaît dans la

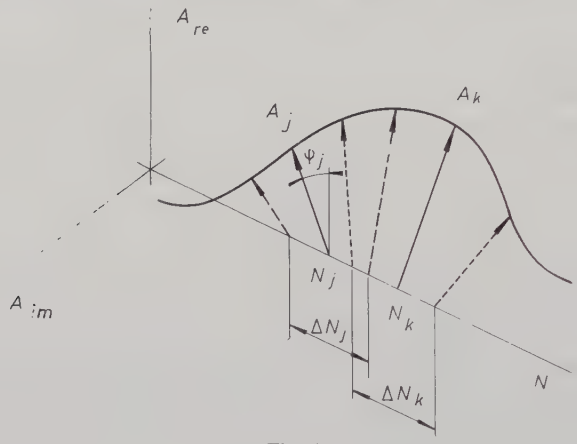


Fig. 1

représentation spectrale. Il faudra parler au moins de bandes de fréquence entre lesquelles aucune raison immédiate ne suggère des discontinuités.

D'autre part, bien que le domaine accessible de la variable d'espace x soit arbitrairement limité, la valeur absolue de la fonction B est intégrable (cf. chap. suivant) et reste finie dans le domaine infini de x. De plus, rien ne s'oppose à la présence de toutes les fréquences dans B. Cette fonction est donc développable en intégrale de Fourier, son spectre est représenté par une courbe continue et sa détermination s'identifie à celle de la transformée-intégrale. C'est ici que peut surgir l'une des principales critiques de la méthode : cette transformée est illimitée; or, la région des hautes fréquences n'est pas accessible de manière évidente, et alors la limitation de l'étendue du spectre n'a pas pour seul effet de diminuer l'information recueillie, elle fait correspondre cette information à un domaine de B (x) différant quelque peu du domaine explorable (D) considéré. La discussion de ce choix du mode d'analyse a conduit à la notion de redondance dans les spectres [4].

2,2 **Position du problème au point de vue physique.**

Les deux points de départ (A) et (B), précisés au paragraphe précédent, se traduisent par la recherche des périodicités. Celle-ci est effectuée au moyen d'un périodographe faisant intervenir essentiellement trois fonctions :

— la fonction B à analyser;

— une fonction que nous désignerons par P. C'est une fonction auxiliaire simple permettant la décomposition de B : on s'arrange de telle façon que P soit transmise par B et intégrée à l'intérieur d'un certain domaine (D);

— la fonction D, limitatrice, opère une sélection dans le spectre de la fonction B qui ne pourra être obtenu dans toute son extension, ou sera tout au moins affecté suivant la limitation.

Les quantités de lumière qui entrent en jeu dans un interférogramme sont toujours relativement importantes, par conséquent facilement mesurables. On a donc fait appel à une méthode interférométrique et tenté de ramener l'évaluation du spectre b à celle de la modulation d'un flux à l'intérieur du domaine (D) d'analyse. L'opération, réalisée par les trois fonctions, P, B, D, donne pour résultat une quantité d'énergie dont la mesure permet de déduire b. Le récepteur à photomultiplicateur du périodographe enregistre les variations d'un flux lumineux Φ :

$$\Phi = f\,(\mathrm{P}, \mathrm{B}, \mathrm{D}). \tag{1,13}$$

Deux questions se posent de prime abord :

1° quelle est l'influence de D sur le spectre b ? Différentes formes de la fonction D devront être considérées afin de voir s'il est des cas d'applications pratiques où une forme particulière est avantageuse;

2° la réponse de l'appareillage étant Φ, la fonction cherchée, b, est un peu différente de la fonction déduite de Φ. b est la fonction qu'on déduirait des mesures effectuées avec des instruments parfaits, ou encore en répétant à l'infini le contenu de B (x) à l'intérieur d'un intervalle qui aurait pour mesure celui de (D), c'est-à-dire en associant à B une fonction périodique. La fonction déduite de Φ devra être telle que l'une des formes quadratiques :

$$\int_{(\mathrm{D})} [\mathrm{B}\,(x) - \mathrm{A}\cos\,(2\,\pi\,\mathrm{N}x + \varphi)]^2\,dx \tag{1,14}$$

ou :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [b\,(\mathrm{N}) - b_{\text{mesurée}}\,(\mathrm{N})]^2\,d\mathrm{N}, \tag{1,15}$$

soit minimale.

2,3 **Spectre d'une fonction de transparence.**

Définissons la transparence locale en un point de coordonnées x et y, par le rapport de l'énergie transmise à l'énergie incidente d'un faisceau homogène arrivant au point considéré. Appelons B (x, y) la fonction de transparence ainsi définie.

Soit maintenant $b\,(\mathrm{N}_x, \mathrm{N}_y)$ la transformée de Fourier de B (x, y) :

$$b\,(\mathrm{N}_x, \mathrm{N}_y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{B}\,(x, y)\,.\,\exp\{-i\,2\,\pi\,(\mathrm{N}_x\,x + \mathrm{N}_y\,y)\}\,dx\,dy, \tag{1,16}$$

N_x et N_y sont les coordonnées en fréquence dans l'espace de Fourier. Si, pratiquement, on travaille en une seule dimension, c'est-à-dire si l'on effectue une première intégration

suivant une direction, N représentera un nombre d'éléments rectilinéaires par unité de longueur et s'exprimera en mm^{-1} (cette opération ne retranche rien à la généralité du problème, néanmmoins une remarque s'impose, elle sera faite plus loin).

La transformée s'écrira alors :

$$b\,(\mathrm{N}) = b\,(\mathrm{N}_x, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{B}\,(x, y)\, dy \right] . \exp \{ - i\, 2\, \pi\, (\mathrm{N}_x\, x) \}\, dx,$$

soit encore :

$$b\,(\mathrm{N}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{B}\,(x) \,.\, \exp\,(- i\, 2\, \pi\, \mathrm{N}x)\, dx, \tag{1,17}$$

où B (x) est la transparence intégrée le long de la direction y pour chaque valeur de x.

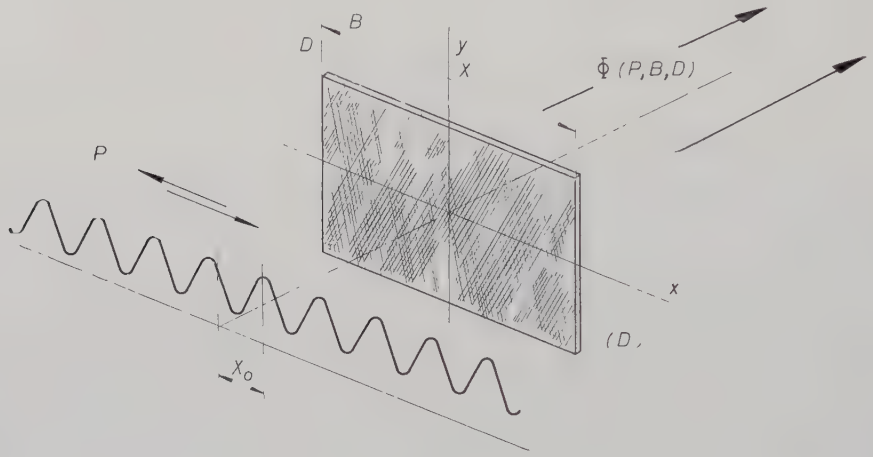


Fig. 2

Dans l'expression de b (N), les parties réelles, *Re*, et imaginaire, *Im*, du spectre, peuvent s'écrire séparément :

$$\begin{matrix} Re \\ Im \end{matrix} \} b\,(\mathrm{N}) \{ = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{B}\,(x) \,.\, \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} (2\, \pi\, \mathrm{N}x)\, dx. \tag{1,18}$$

Soit P (x) une répartition périodique d'énergie constituée par des franges d'interférence sinusoïdales produites au moyen d'un interféromètre. Dans le plan Ox, Oy (*fig.* 2), on superpose la fonction P (x) à la fonction de transparence B (x), c'est-à-dire qu'on éclaire la pupille transparente limitée par le contour (D), par les franges d'interférence P (x) de période $p = \frac{1}{\mathrm{N}}$. Les quantités $Re \} b\,(\mathrm{N}) \{$ et $Im \} b\,(\mathrm{N}) \{$ sont mesurables : il suffit, par exemple, de faire varier l'argument dans l'expression (1,18).

Pratiquement, on déplace P (translation suivant Ox) de façon à faire défiler un certain nombre de franges dans le domaine analysé. La transformée complète est obtenue lorsque N prend toutes les valeurs possibles.

Nous aurons à expliciter Φ (P, B, D) qui relie la fonction analysée, B, dans un certain domaine (D), à la fonction de décomposition choisie P.

Remarque.

Lors du passage à deux dimensions, la difficulté théorique apparaît moins immédiate que l'aspect technique : l'opération consisterait à utiliser un pavage de franges dont on ferait varier indépendamment les périodes $\frac{1}{N_x}$ et $\frac{1}{N_y}$ suivant les deux directions, et l'on serait amené à effectuer une exploration élément (dx . dy) par élément. L'interprétation reste toujours possible lorsque, laissant d'abord $\frac{1}{N_x}\left(\text{ou } \frac{1}{N_y}\right)$ fixe, la modulation est obtenue par variation de $\frac{1}{N_y}\left(\text{ou } \frac{1}{N_x}\right)$. Le résultat est cependant différent suivant l'orientation de la grille ainsi réalisée et d'autre part sa discussion n'est guère convenable que dans le cas d'une transparence photographique dont on examinerait la granulation; elle aurait peut-être un sens si $\frac{1}{N_x}$ et $\frac{1}{N_y}$ variaient simultanément.

Il est commode d'effectuer la translation des franges de direction invariable fournies par un système interférométrique. Pratiquement, on a suivi la méthode consistant à intégrer les transparences suivant y, quitte à voir ensuite ce qui se passe si l'on tourne de $\frac{\pi}{2}$ le domaine étendu Δx, Δy (intégration suivant x).

2,4 **Opérations fondamentales limitant la méthode proposée.**

Nous devons insister ici sur un certain nombre de points particuliers.

Dans la transformation inverse de (1,17),

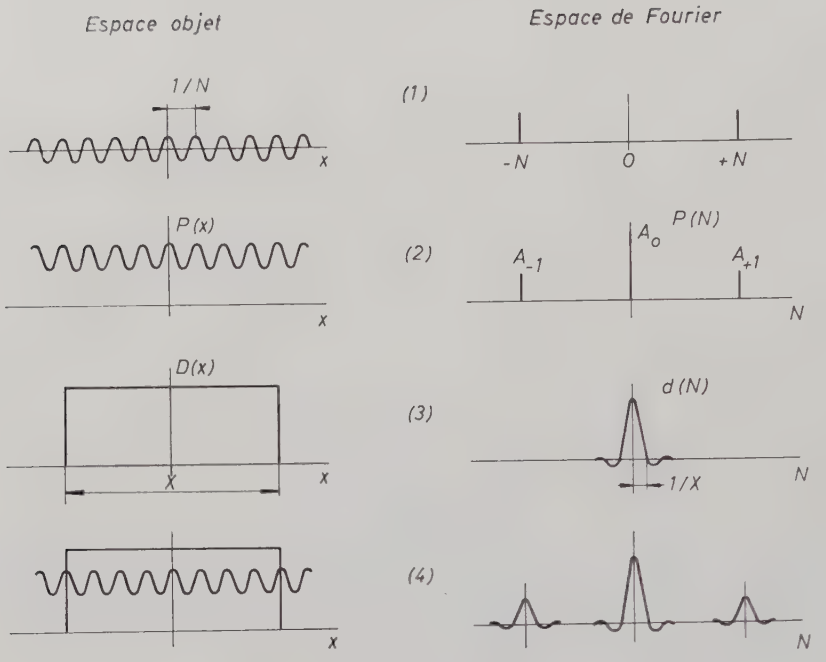
$$B(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} b(N) \exp(+ i\, 2\pi Nx)\, dN, \tag{1,19}$$

le module de b (N) apparaît effectivement comme une densité spectrale constitutive de B (x), dont les harmoniques sont donnés par (1,18). Il faut cependant noter, du point de vue formel, que pour définir la fréquence il faudrait que la fonction analysée soit infiniment étendue; en fait, N exprime ici le caractère de répétition à l'intérieur du domaine fini que l'on suppose donc implicitement reproductible un nombre infini de fois suivant la période X : la transformée de la fonction de domaine, D (impulsion élargie), ne fait que modifier le spectre en effectuant une dissipation (1) sur chacune des fréquences.

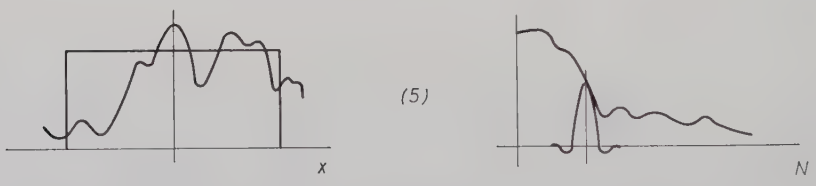
Quant à la combinaison des fonctions B et P, si l'on en réalisait expérimentalement le produit algébrique, leurs transformées seraient liées par le produit de composition $p \otimes b$, et B se présenterait comme un filtre de fonction pour P. En réalité, dans la manipulation conduisant à l'expression du flux Φ, les fonctions ne se combinent pas aussi simplement : b n'apparaîtra pas comme un résultat immédiat et la mesure intérieure du domaine (D) restera le facteur déterminant du pouvoir de résolution de l'appareil.

Avant d'aborder cette question, qui sera discutée au chapitre suivant, examinons donc schématiquement le rôle joué, de façon générale, par des fonctions de ce type (*fig.* 3).

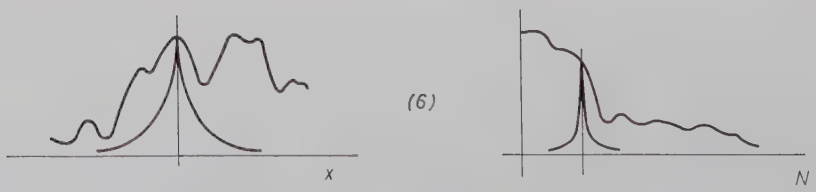
(1) Si l'on se reporte à la *figure* 1, tout se passe comme si le vecteur A_j (ou A_k) subissait une diffusion dans son espace environnant; c'est aussi l'effet de la limitation de B par D, mais la loi de diffusion est ici connue. Nous éviterons cependant cette dernière expression qui peut prêter à confusion : il semble bien que le terme « dissipation », introduit par P. M. Duffieux [1] soit le seul qui convienne.



D . P → d ⊗ p



B . D → b ⊗ d



B . D → b ⊗ d

Fig. 3

Le premier cas pratique, faisant intervenir une répartition d'énergie, est celui de la mire sinusoïdale infinie (*fig.* 3,2) : elle est décrite complètement par le spectre de raies A_{-1}, A_0, A_{+1}. Disposons maintenant un diaphragme (D), d'ouverture X sur la mire précédente (*fig.* 3,4), qui pourrait représenter aussi bien notre fonction P (x) que l'une des composantes individuelles de B (x) : les raies trouvées précédemment sont élargies par la transformée de D, le spectre de raies p (N) est remplacé par p (N) $\otimes$ d (N) (si le contraste de P (x) augmente, la partie centrale est réduite — l'ordonnée A_0 diminue dans p (N) — mais ne s'annule pas puisqu'on n'a pas supposé avoir affaire à une répartition cohérente d'amplitude). Formons enfin le produit algébrique B.D. : il y a dissipation de b (N) par d (N), c'est-à-dire élargissement de chacune des raies de b qui pourrait constituer le spectre envisagé par transformée-série. La déformation due à (D) sera différente s'il s'agit d'une fonction rectangle (*fig.* 3,5) à spectre en $\frac{\sin \pi NX}{\pi NX}$, ou d'une fonction de profil différent — fonction d'Airy, par exemple (*fig.* 3,6). On pourra donc mettre à profit cette propriété et choisir (D) en l'adaptant aux renseignements demandés au spectre mesurable résultant. Remarquons que la superposition simultanée des trois fonctions P, B, D se traduit simplement par deux dissipations successives, c'est-à-dire par le double produit de composition $p \otimes b \otimes d$.

3 CONSÉQUENCES DES ÉQUATIONS GÉNÉRALES

Applications de la méthode d'analyse en relation avec les possibilités du périodographe.

Les relations de transfert objet-image rappelées au paragraphe 1 montrent que la répartition d'intensité dans une image quelconque est la synthèse de son spectre de Fourier. Nous avons vu aussi que la détermination de ce spectre est possible en faisant intervenir un très petit nombre de fonctions auxiliaires, mais que l'interprétation de la mesure peut être sujette à caution. Sous réserve de conditions qui doivent être précisées suivant la question posée, c'est-à-dire dépendant finalement du type d'information désirée, cette méthode d'analyse permet d'envisager un certain nombre d'applications.

Description et statistique de l'objet.

Si un objet contient des détails caractéristiques, non nécessairement répartis au hasard, le spectre de son image indiquera les maximums relatifs correspondant aux fréquences dominantes de l'objet, donc l'importance relative du détail par unité d'aire ou de longueur (1).

La détermination des fréquences attribuables à l'objet pour en préciser la nature au voisinage de la limite de résolution se ramène à un problème d'identification qui se rapporte plus encore au point suivant.

Évolution de la forme du spectre.

L'influence de la forme du spectre dans la reconnaissance du détail est liée à l'évolution de ce spectre pour des dégradations successives de l'image. Elle permet de

(1) L'analyse directe des structures élémentaires, telle qu'elle est pratiquée dans la recherche des formes cristallines, n'a pas fait, dans cette étude, l'objet d'investigations poussées.

fixer le degré de fidélité que l'on peut admettre dans certains détails. Cette question prend toute son importance dans des techniques aussi différentes que la télévision et la photographie aérienne. Dans l'image de télévision, certains effets subjectifs sont en relation directe avec le spectre; des modifications connues du canal de transmission, se traduisant par une déformation prévisible du spectre, sont appréciables par des observateurs témoins dont le jugement semi-quantitatif de la qualité des images, au fur et à mesure de leur présentation, permet la comparaison.

En photographie aérienne — indépendamment du côté subjectif faisant intervenir l'entraînement et l'habileté de l'observateur —, l'examen des déformations du spectre apparaît plus sûr et plus général que l'évaluation directe de l'influence des différents paramètres dont dépendent les probabilités d'identifications.

Étude de la transmission d'une pupille quelconque.

Il s'agit d'un aspect métrologique à peine différent et d'intérêt pratique immédiat : en recherchant comment sont reproduites, dans l'image, les différentes fréquences objet, on peut définir un degré de ressemblance — ou encore de fidélité. C'est ainsi que la fonction de réponse d'un système objectif-émulsion peut être déterminée par l'analyse de l'image d'une fente étroite obtenue par contact (fonction d'émulsion), puis à travers l'objectif (fonction globale).

La même technique s'applique à l'appréciation du résultat d'un filtrage — et, par conséquent, également à l'étude du filtre.

Évaluation de la limite du domaine d'information dans l'espace des fréquences.

Le module de la fonction de réponse en fréquence est l'équivalent d'une admittance : la quantité d'information transmise par le système n'est donc certainement pas limitée de façon brutale, mais dépend essentiellement de la nature de l'information et des exigences de l'utilisateur. Fixons notre pensée par un exemple : on ne demandera pas à la réponse d'une émulsion de préciser, par une loi de tout ou rien, la capacité ou l'incapacité d'enregistrement d'un détail, mais plutôt de faire connaître à l'avance le contraste qu'on est en droit d'attendre dans des conditions optimales de prise de vue et de développement. C'est d'ailleurs sous cet angle que nous avons déjà envisagé le problème [5], c'est-à-dire comme la recherche d'une probabilité d'identification ou de sélection, le message appartenant à une collection assez vaste pour qu'une discrimination soit nécessaire.

4 PLAN GÉNÉRAL

Nous venons d'examiner les moyens d'étude offerts par un périodographe interférométrique permettant de déterminer le spectre d'une fonction pupillaire quelconque et les applications qui peuvent être envisagées. Dans ce qui va suivre, le premier point sera d'expliciter la fonction : *la mesure du module de la transformée de* Fourier *d'une transmittance se ramène à celle d'un flux lumineux*, la mesure de la phase ne nécessitant qu'une technique auxiliaire. Simultanément, le rôle de chacune des fonctions qui interviennent dans la manipulation sera discuté.

On verra ensuite comment sont mises en évidence les variations de flux qui conduisent à la mesure annoncée (ensemble récepteur). L'interprétation de ces variations donnant lieu à de multiples corrections, celles-ci peuvent être réduites lorsque certaines conditions relatives à l'éclairage du système interférométrique sont satisfaites. L'étude du faisceau incident sera donc exposée. Enfin, les différentes composantes de l'appareillage seront décrites à partir des principes qui ont guidé leur élaboration et les réalisations expérimentales.

Quelques exemples sont développés. Après avoir rappelé un certain nombre de résultats préliminaires mettant en évidence la sensibilité de la méthode et ses limitations, nous nous sommes arrêté aux points suivants :

Examen des qualités d'un procédé de filtrage par étude comparative de clichés du même type. Ceci nous a entraîné également à une comparaison des procédés utilisés pour l'évaluation des spectres.

Les limitations de la méthode interférométrique, discutées théoriquement, sont dues non seulement à l'étendue, mais aussi au profil du domaine d'analyse. On a donc construit des écrans ne présentant pas de discontinuité au bord. De tels écrans ont été utilisés dans l'étude d'images photographiques particulières. Ils ont permis, en outre, de vérifier les conditions pour lesquelles une émulsion ou un transfert photographique se comportait comme un système linéaire.

Certaines pupilles ont été étudiées systématiquement tout en se plaçant d'un point de vue strictement expérimental, les calculs succincts n'étant destinés qu'à l'estimation de la fidélité dans l'emploi de telles pupilles.

Nous avons redonné la courbe représentative d'une fonction de réponse en fréquence d'un objectif courant, bien qu'elle ait fait déjà l'objet de compte rendu : c'est, en effet, une application typique qu'il convenait de réintroduire dans cette étude.

On présente, enfin, l'aperçu d'une étude abordée il y a peu de temps : il s'agit d'une reprise de l'examen des bandes sonores de film, pour lesquelles l'application de la méthode du périodographe semble conduire à quelques détails curieux.

Chapitre II

LA MÉTHODE INTERFÉROMÉTRIQUE
DÉTERMINATION DE b (N) PAR LA MESURE D'UN FLUX MODULÉ

1 CALCUL DE L'ÉNERGIE TRANSMISE PAR B (x)

La répartition énergétique indépendante de y, P (x), constituée par un système de franges d'interférence, peut être considérée comme un objet de transparence périodique défini par sa fréquence N et sa visibilité V (*fig.* 4) :

$$\text{P}(x) = 1 + \text{V} \cos 2\pi \text{N}x. \tag{2,1}$$

V est donné par le rapport de Michelson :

$$\text{V} = \frac{\text{Intensité maximale} - \text{Intensité minimale}}{\text{Intensité maximale} + \text{Intensité minimale}}.$$

L'interféromètre travaille toujours au voisinage de la différence de marche $\delta_0 = 0$, c'est-à-dire que les ondes interférentes se coupent sur l'axe du système. La visibilité est donc à peu près constante dans tout le champ de franges utilisé, la valeur de N restant faible. Les conditions de cohérence spatiale et chromatique et les différents facteurs dont dépend V seront d'ailleurs précisés lors de la description du dispositif expérimental. Il sera possible de tenir compte des variations de V qui n'intervient que comme un facteur multiplicatif.

Soit B (x) la transparence locale intégrée suivant la direction Oy et définie précédemment. L'énergie transmise est fonction de la transparence B (x) et dépend de la position relative de la répartition P (x). Elle est proportionnelle à :

$$\text{P}(x) \,.\, \text{B}(x).$$

Faisons défiler les franges dans le sens des x, c'est-à-dire faisons glisser P, par rapport à B, d'une quantité x_0. La fonction P (x) devient P (x'), avec $x - x' = x_0$ et le flux élémentaire, $d\,\Phi$, transmis par l'élément d'abscisse moyenne x, de longueur Y et de largeur dx, s'écrit :

$$d\,\Phi(x_0) = \text{P}(x - x_0) \,.\, \text{B}(x) \,.\, \text{Y}\, dx; \tag{2,2}$$

il est fonction du déplacement relatif x_0 de la répartition par rapport à la transparence (*fig.* 5). Pour chaque valeur x_0, on peut donc évaluer l'énergie totale transmise, $\Phi\ (x_0)$.

Il est bien évident que faire glisser B ou P revient au même : l'opération (2,2) est toujours commutative.

Les conséquences directes de la mesure intérieure finie du domaine dans lequel on a superposé P à B, les conditions d'intégrabilité des différentes fonctions et les effets de leurs limitations seront discutés au paragraphe suivant. Pour le moment, nous

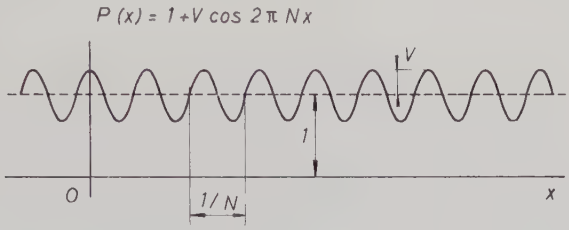


Fig. 4

dirons seulement que (D) est suffisamment large pour que la fonction B (x) puisse être considérée dans une bande infiniment étendue suivant Ox. Dès lors, le flux d'énergie transmis pour la position x_0 de la répartition initiale aura pour expression, à une constante près :

(2,3) $$\Phi\ (x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} P\ (x - x_0)\ .\ B\ (x)\ dx.$$

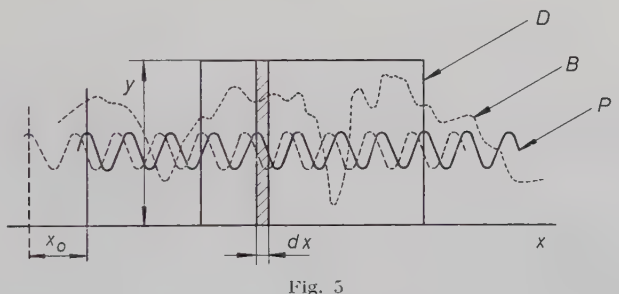


Fig. 5

Explicitant la fonction P définie par la relation (2,1) et développant le calcul, il vient :

(2,4) $$\Phi\ (x_0) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} B\ (x)\ dx\right]$$

$$+ V\left[\cos 2\pi N x_0 \int_{-\infty}^{+\infty} B\ (x) \cos 2\pi N x\ dx + \sin 2\pi N x_0 \int_{-\infty}^{+\infty} B\ (x) \sin 2\pi N x\ dx\right].$$

Appelons C (N) et S (N) les intégrales situées à l'intérieur des crochets :

$$C\ (N) = \int_{-\infty}^{+\infty} B\ (x)\ .\ \cos 2\pi N x\ dx,$$

$$S\ (N) = \int_{-\infty}^{+\infty} B\ (x)\ .\ \sin 2\pi N x\ dx.$$

Ce sont les transformées de Fourier en sinus et cosinus de la fonction B (x), dont le spectre b (N) est défini par la transformation :

$$b\,(\mathrm{N}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{B}\,(x)\,.\,\exp\{-i\,2\,\pi\,\mathrm{N}x\}\,dx,$$

ce qui s'écrit encore, sous forme complexe :

$$b\,(\mathrm{N}) = |\,b\,(\mathrm{N})\,|\,.\,\exp\{-i\,\varphi\,(\mathrm{N})\} = \mathrm{C}\,(\mathrm{N}) - i\mathrm{S}\,(\mathrm{N}),$$

avec

$$\varphi\,(\mathrm{N}) = \mathrm{Arc\ tg}\,\frac{\mathrm{S}\,(\mathrm{N})}{\mathrm{C}\,(\mathrm{N})},$$

pour

$$0 \leqq \varphi\,(\mathrm{N}) \leqq \pi.$$

Compte tenu des notations qui viennent d'être définies, l'expression (2,4) devient :

$$\Phi\,(x_0) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{B}\,(x)\,dx\right] + \mathrm{V}\,[\mathrm{C}\,(\mathrm{N})\,.\,\cos\,2\,\pi\,\mathrm{N}x_0 + \mathrm{S}\,(\mathrm{N})\,.\,\sin\,2\,\pi\,\mathrm{N}x_0].$$

L'intégrale du deuxième membre est la transparence intégrée sur toutes les valeurs de x. Sa valeur est celle de la transformée de B (x) pour N = 0; elle est constante et nous la prendrons comme facteur de normalisation. L'expression précédente s'écrit :

$$\Phi\,(x_0) = b\,(0) + \mathrm{V}\,.\,|\,b\,(\mathrm{N})\,|\,.\,\cos\,[2\,\pi\,\mathrm{N}x_0 - \varphi\,(\mathrm{N})].$$

Avec la normalisation annoncée, et en posant $\dfrac{|b\,(\mathrm{N})|}{b\,(0)} = \mathrm{T}\,(\mathrm{N})$, on a :

$$\Phi\,(x_0) = 1 + \mathrm{V}\,.\,\mathrm{T}\,(\mathrm{N})\,\cos\,[2\,\pi\,\mathrm{N}x_0 - \varphi\,(\mathrm{N})], \tag{2,5}$$

à un facteur photométrique près.

Le rapport T (N) représente le taux de modulation subie par P au passage à travers B. C'est la *fonction de transfert de contraste* pour un système de transmission quelconque. Cependant, nous avons affaire à un flux global. La fréquence de variation de ce flux est celle de la fonction de décomposition, P. Le calcul de la fonction de répartition dans l'image d'une mire sinusoïdale pourrait être conduit suivant le même processus et aboutirait à une expression similaire, c'est un procédé classique permettant de définir la fonction de réponse en fréquence d'un objectif. La relation (2,5) est applicable, en outre, à l'étude des fréquences contenues dans une transparence non susceptible de former une image : c'est le cas d'une pupille isolée (1), ou encore d'un cliché photographique. T (N) indique alors la prédilection de la transparence, qui « laisse passer » plus ou moins facilement les signaux périodiques simples, P (x), qui lui sont présentés. Cette affinité élective correspond bien, en fait, aux fréquences

(1) Pupille de transparence ou photographique.

contenues dans la transparence elle-même; c'est cette raison qui nous a fait choisir, pour T (N), l'expression *densité de fréquence*, indépendamment même de la terminologie habituelle de l'analyse spectrale.

Lorsque x_0 varie, le récepteur enregistre les variations sinusoïdales de Φ. La visibilité de cette fonction :

$$V_\Phi = \frac{\Phi_{max} - \Phi_{min}}{\Phi_{max} + \Phi_{min}}, \tag{2,6}$$

donne T (N) :

$$T(N) = \frac{V_\Phi}{V}. \tag{2,7}$$

Remarque.

La mesure de l'énergie transmise fournit un moyen d'évaluation du module du spectre de B (x), mais la phase n'est pas accessible directement. Pour une région élémentaire isolée, (dD), la phase moyenne φ (N) sera regardée comme constante et la mesure des différentes valeurs φ (N), pour des éléments voisins de la transparence, sera envisagée au moyen d'une méthode de comparaison avec un signal de référence.

2 ÉTUDE DES FONCTIONS QUI INTERVIENNENT DANS L'OPÉRATION PRÉCÉDENTE

2,1 **Fonction** P (x).

C'est la fonction d'énergie incidente.

Elle est indépendante de l'analyse proprement dite. Sa transmission, variable d'un point à l'autre, dépend de la fonction B (x). Dans les conditions expérimentales où nous avons lieu de nous placer, P (x) est toujours suffisamment étendue pour être considérée comme illimitée.

P (x) est une répartition sinusoïdale, par conséquent cette fonction reste intégrable, en particulier à l'intérieur de toute ouverture qui définit, dans une transparence, la région étudiée.

2,2 **Fonctions** B **et** D.

Elles doivent être étudiées simultanément puisque leur mode de liaison est fixé une fois pour toutes pour chaque détermination de b (N) d'une pupille particulière.

B a été définie comme une transparence locale, son spectre se comporte comme une transmittance pour la fonction P. La propriété essentielle de B apparaît intuitive : par sa nature physique cette fonction est intégrable dans tout domaine fini de la variable (1).

(1) Ceci n'implique pas nécessairement la continuité de B, en effet l'intégration conserve un sens pour les discontinuités de première espèce de la fonction aux points tels que x_d lorsqu'on substitue à B (x_d) la valeur $\frac{1}{2}[B(x_d + 0) + B(x_d - 0)]$.

Les discussions mathématiques concernant ses conditions d'intégrabilité se ramènent au type classique des sommes de RIEMANN ([6], chap. XIII); aucun développement détaillé ne semble nécessaire et il suffit de remarquer que la fonction B reste bornée, la transparence d'une pupille optique quelconque, au sens où elle a été définie, ne présente jamais de valeur singulière telle que cette hypothèse ne soit plus valable. Ainsi, le résultat d'une opération quelconque d'intégration faisant intervenir B existe. L'extrapolation mathématique consisterait à se demander ce qui se passe lorsque l'intervalle de variation de x devient aussi grand qu'on le veut. C'est la question que nous nous posons maintenant.

Lorsqu'on effectue l'opération de la relation générale (2,3), la fonction analysée B représente en fait la fonction de transparence limitée à l'intérieur du domaine (D), c'est-à-dire le produit de D par une fonction B_0 qui serait réellement la transparence.

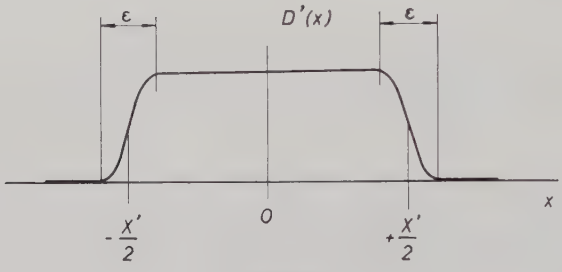


Fig. 6

Il faudrait alors montrer que la transformée de B (x) peut être remplacée par la transformée du produit :

(2,8) $$B_0\,(x)\,.\,D\,(x),$$

en d'autres termes que ce produit a un sens, c'est-à-dire en premier lieu que $(B_0\,.\,D)$ admet une transformée. Or, ce qui a été dit sur B (x) est également vrai pour $B_0\,(x)$, les deux fonctions sont de même nature, la seule imprécision sur le résultat de l'analyse est due au terme d (N) du produit de composition $b_0 \otimes d$ où le rôle de d ne peut être négligé quel que soit D (x) (il est celui d'une fonction d'appareil) (1). L'analyse de B (x) est susceptible de conduire à des points non attribuables à la fonction de transparence effective, qu'on ne peut reconstituer complètement qu'à partir de la seule fonction accessible b (N). Tout risque d'indétermination peut être levé, *a priori*, si l'on choisit pour D une fonction particulière, D', à amortissement asymptotique, sans discontinuité, c'est-à-dire dont les dérivées aux différents ordres restent finies. Une fonction à plateau et bords dégradés convient (*fig.* 6); en effet :

— B reste presque identique à B_0, sauf dans une région de largeur aussi petite qu'on le veut;

— le produit $B_0\,.\,D'$ est inférieur à η, aussi petit qu'on le veut, en dehors de l'intervalle $\left[-\frac{X'}{2'}+\frac{X'}{2}\right]$.

(1) D (x) correspond à ce que P. M. DUFFIEUX désigne sous le nom de fonction d'influence.

3 POUVOIR DE RÉSOLUTION DE L'APPAREIL

3,1 Influence de la fonction limitatrice sur le spectre de la fonction de transparence effective B_0. Limitation par une fente à bords nets.

L'analyse de B_0 à l'intérieur du domaine (D), matérialisé par un diaphragme à bords nets de largeur $x_2 - x_1$, et représenté par une fonction rectangle que nous appellerons à nouveau D (x), revient à celle du produit B $(x) = B_0 (x)$. D (x), où :

$$D(x) = 1 \qquad \text{pour} \qquad x_1 < x < x_2,$$
$$D(x) = 0 \qquad \text{pour} \qquad -\infty < x < x_1$$
$$x_2 < x < +\infty.$$

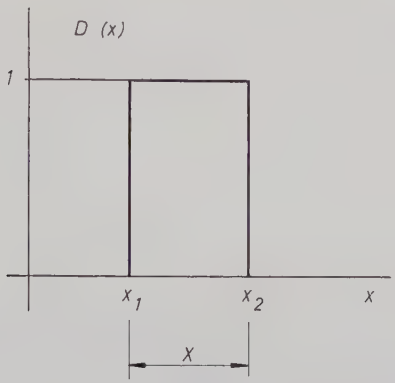


Fig. 7

Le domaine (D) reste lié à la fonction B_0; la liaison est fixe. La transformée de (B_0 . D) interviendra par son module dans la mesure de l'énergie effectuée par système récepteur-enregistreur. On connaît l'expression de cette transformée :

$$(2,9) \qquad b(N) = T^{-1} [B_0 (x) . D (x)] = \int b_0 (N) . d (N - N') dN',$$

elle permet de décrire l'étalement du spectre b (ou de son module normalisé) à partir de d. On pourra parler d'une diffusion, ou d'une dissipation (1), par analogie avec celle que subit l'image d'un objet ponctuel à travers un instrument, ou encore dans une couche sensible. Chaque fréquence, qui devrait être représentée graphiquement par un segment parallèle à l'axe des ordonnées, d'abscisse N′ et de longueur proportionnelle à l'importance de cette fréquence dans la fonction de transparence, c'est-à-dire proportionnelle à $| b (N') |$, se trouve maintenant « étalée ». Lorsque (D) est une fente de largeur $x_2 - x_1 = X$ (*fig.* 7), l'étalement est représenté par une courbe du type d (*fig.* 8), avec :

$$(2,10) \qquad d (N - N') = \frac{\sin \pi X (N - N')}{\pi (N - N')}.$$

(1) Sur le terme diffusion, ou dissipation, cf. note chap. premier, § 2,4.

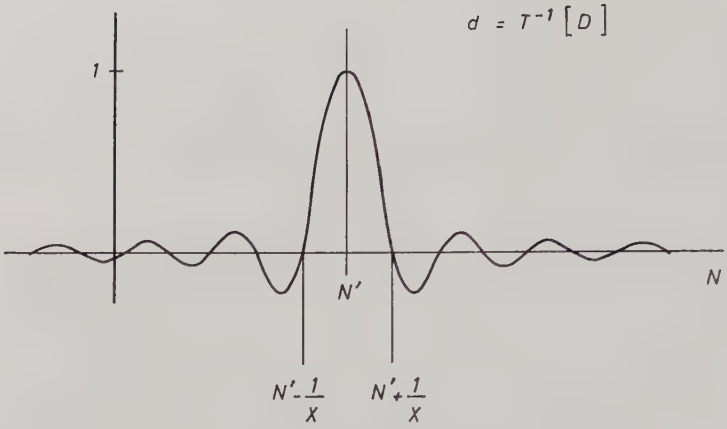


Fig. 8

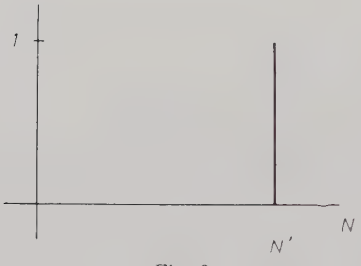


Fig. 9

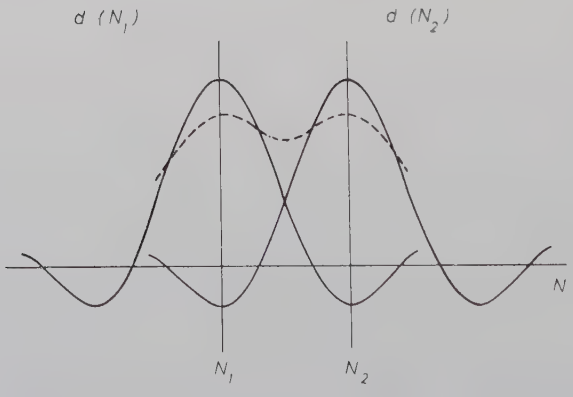


Fig. 10

Une telle dissipation fait apparaître une incertitude qui se traduit par une réduction du pouvoir de résolution de l'ensemble analyseur.

La discussion de cette incertitude est donnée en appendice.

Il est évident que lorsque le domaine (D) devient de plus en plus large, le pouvoir de résolution augmente : au facteur X près, la fonction d s'identifie à la fonction delta de Dirac (*fig.* 9) :

$$\delta (N - N') = \lim_{X \to \infty} \frac{\sin \pi X (N - N')}{\pi (N - N')} \tag{2,11}$$

et, par suite :

$$b_0 \otimes d = \int b (N') \, . \, \delta (N - N') \, dN'. \tag{2,12}$$

Ainsi, le facteur d'étalement du spectre relatif à une fréquence donnée est 1 pour la valeur correspondant à cette fréquence et 0 pour toute autre fréquence, aussi voisine soit-elle. Ce résultat est général : le pouvoir de résolution théorique est alors maximal. On retrouve les conditions connues : si le domaine d'analyse est infiniment étendu, la fonction étudiée est fidèlement restituée; les résultats donnés par l'analyseur harmonique et le périodographe sont comparables, c'est-à-dire qu'on ait affaire à la transformée série de la fonction de transparence ou à sa transformée intégrable, le résultat est une série de N termes non identiquement nuls, ou une courbe sur laquelle se placent les points représentatifs de l'ensemble N (maximums infiniment étroits).

Ceci ne se produit pas habituellement en pratique : $B_0 (x)$ n'est pas une fonction périodique illimitée (cette difficulté ne peut être contournée qu'au moyen d'artifices de calculs), toutes les fréquences inférieures à une certaine fréquence limite sont présentes dans la fonction à analyser (domaine continu des fréquences), et l'intégrale ne peut se ramener à une série de Fourier.

3,2 **Pouvoir de résolution suivant le critère de Rayleigh.**

Si l'on considère le spectre de la fonction à l'intérieur du domaine (D) précédemment décrit, le pouvoir de résolution s'exprimera par la capacité de séparer deux fréquences voisines N et N + dN et il sera d'autant plus grand que dN sera petit. Or, comme on vient de le voir, les éléments spectraux correspondant à ces fréquences sont étalés suivant la loi de diffusion d (N).

L'incertitude sur la détermination d'une fréquence est liée à la possibilité de séparation des deux taches de diffusion $d (N_1)$ et $d (N_2)$. Le critère de Rayleigh est applicable ici : si le spectre de la fonction de transparence contient deux fréquences, N_1 et N_2, entre lesquelles ne s'intercale aucune autre fréquence, N_1 et N_2 sont repérables sans ambiguïté lorsque l'abscisse du maximum de $d (N_1)$ coïncide avec l'abscisse du premier minimum de $d (N_2)$ (*fig.* 10). Cette situation se présente lorsque ces deux fréquences diffèrent de :

$$dN = \frac{3}{2X}, \tag{2,13}$$

ce qui conduit au pouvoir de résolution théorique :

$$\mathcal{R} = \frac{N}{dN} = \frac{2}{3} XN. \tag{2,14}$$

Dans nos conditions expérimentales, on peut compter sur un champ de franges rectilignes de bonne qualité et de contraste constant suivant la direction de translation x, de largeur 35 à 40 mm. Si l'on fait défiler un nombre raisonnable de franges dès les basses fréquences, on est amené, pour l'appareillage réalisé, à un déplacement x_0 maximal de 20 à 22 mm. La largeur maximale possible X serait donc 15 mm.

D'autre part, l'étude des images photographiques transparentes a montré la nécessité de bien connaître le spectre vers les fréquences voisines de $N = 10$ mm^{-1}. Dans ces conditions, le pouvoir de résolution théorique serait :

$$\mathcal{R} = 100.$$

Remarque.

Une évaluation grossière du pouvoir de résolution conduirait à une valeur supérieure à celle déduite du critère de Rayleigh : il semble, en effet, que l'on puisse caractériser $\mathcal{R}$ par le nombre de franges comprises à l'intérieur du domaine, soit XN. On pourrait encore évaluer $\mathcal{R}$ à partir de la discussion générale de l'incertitude due à la fonction limitatrice. Le résultat est assez intangible (cf. Appendice).

3,3 **Autre remarque : influence de la région de coupure dans le cas d'une transparence de structure simple.**

Les qualités de résolution du système dépendent du nombre de périodes de la fonction $P(x)$, admises à l'intérieur de (D). Cependant, on peut montrer comment varie le résultat de l'intégration donnant le flux transmis lorsque ce nombre de périodes n'est pas entier.

Par coupure, nous entendrons le bord du domaine d'analyse, par exemple de la fente (D).

Considérons la structure simple représentée par une fonction créneau telle que $B = 0$ pour les valeurs de la variable situées à l'intérieur des intervalles $[\pi, 2\pi]$, $[3\pi, 4\pi]$, ..., $[(2n - 1)\pi, 2n\pi]$.

Soit (D) limité par 0 et $2m\pi + c$:

$$D = 1 \qquad x_1 < x < x_2 \qquad (x_1 = 0,\ x_2 = 2m\pi + c),$$

$$D = 0 \qquad x < x_1,\ x > x_2.$$

La fonction $\Phi(x_0)$ peut être calculée pour une fréquence $N = N_j$ en faisant la somme des intégrales des produits B.P, définies dans chaque intervalle [T.L.]. On en

tire la visibilité à partir des valeurs Φ_{max} et Φ_{min}, lorsque la période de P (x) est égale à $\frac{1}{N_j}$:

$$V_\Phi = \frac{V}{m\,\pi + c}\,[(2\,m + 1 - \cos c)^2 + \sin^2 c]^{1/2}$$

lorsque $0 < c < \pi$.

La relation établie pour $\pi < c < 2\,\pi$ conduit à une valeur de visibilité indépendante de m, soit $\frac{2\,V}{\pi}$.

Ces résultats montrent, dans le cas très particulier où nous nous sommes placés, l'importance du choix de la région de coupure sur les valeurs qui seront mesurées. Le calcul suppose le domaine d'analyse assez étendu pour admettre que l'effet de diffusion du spectre b par la fonction d est négligeable.

4 CONDITIONS GÉNÉRALES ET TECHNIQUES DE MESURE DE T (N)

La théorie des images de diffraction a montré l'étendue du champ d'application des méthodes interférométriques dans l'étude des fonctions de réponse en fréquence [8]. Différents procédés de mesure de la fonction de réponse d'un objectif ont été développés, en particulier par le groupe de H. H. Hopkins : l'évaluation du flux lumineux transporté par la partie commune de deux faisceaux interférents fournit directement la fonction $\mathfrak{T}$ (s) définie dans le premier chapitre il s'agit, en général, de la fonction $\mathfrak{T}$ (s) qui caractérise un objectif collimateur entaché d'aberrations de types variés.

Notre méthode se rattache quelque peu à ces techniques. Elle en diffère non seulement par l'appareillage mis en œuvre, mais surtout par le fait que lorsque la fonction P est transmise par la transparence, on considère non pas ce que devient le signal d'entrée et l'énergie correspondante dans l'interférogramme complet à la sortie de l'appareil, mais l'intégration d'une répartition sinusoïdale, cohérente ou incohérente, à l'intérieur strictement limité du domaine d'analyse. On évite également l'emploi d'une pupille d'exploration étroite solidaire du récepteur, ce qui donnerait lieu à une correction d'ouverture.

L'utilisation d'un interféromètre à deux ondes pour produire la mire P (x) présente plusieurs avantages :

— souplesse de manœuvre permettant de faire varier le pas de la mire dans une gamme assez large tout en maintenant le contraste à des niveaux élevés. La variation de N peut être continue et automatique, indépendante de l'appareil, ou commandée par l'opérateur;

— différence de marche, δ, ajustable entre les deux trajets de l'interféromètre, par conséquent contraste de la mire réglable entre 0 et la valeur maximale (proche de l'unité dans le système réalisé). La différence de marche au centre, δ_0, est conservée égale à zéro (ou à toute valeur quelconque fixée à l'avance) pendant toute la durée de la manipulation.

Cet aménagement offre donc les possibilités d'emploi des mires à pas et contraste variables : la mire est une image aérienne réelle. Remarquons, d'ailleurs, que tout arrangement produisant une répartition énergétique sinusoïdale dont la fréquence peut varier, est susceptible d'être utilisé dans un périodographe.

La mesure, lors du fonctionnement en périodographe, est celle d'un flux lumineux : l'ensemble collecteur-récepteur doit enregistrer ses variations en respectant les valeurs relatives (fidélité); l'importance du temps de réponse n'est pas primordiale, mais la courbe de réponse doit être aussi plate que possible si l'on veut éviter l'introduction de plusieurs termes correctifs : autrement dit, le récepteur devra être linéaire en fonction du flux (on verra comment cette condition est réalisée), et sa réponse constante quelle que soit la fréquence.

L'expression (2,7) donnant $T(N) = \frac{V_\Phi}{V}$ montre que la mesure est d'autant plus aisée, pour chaque valeur de N, que la visibilité V de P (x) est grande : en effet, à V donnée, l'erreur relative sur T (N) est la même que sur V_Φ. Il est plus avantageux de travailler sur des visibilités élevées : par conséquent, pour que V_Φ soit la plus grande possible, il faut que V soit aussi la plus voisine possible de l'unité.

Ces considérations doivent guider dans le choix de l'interféromètre (type Michelson en polarisation), du plan d'utilisation pour lequel V est maximale, de la disposition du montage conservant à V une valeur pratiquement constante lorsque N varie (système afocal auxiliaire), du système d'éclairage satisfaisant aux conditions de cohérence et d'uniformité du faisceau dans des plans donnés.

Représentation schématique en fonctionnement habituel (fig. 11).

Un faisceau parallèle de lumière monochromatique, polarisée rectilignement, tombe sur la séparatrice d'un interféromètre de Michelson à la sortie duquel les deux ondes planes, verticales, se coupent suivant un angle susceptible de varier. Le faisceau transportant alors les franges rectilignes P ainsi formées, arrive sur la transparence B après réflexion sur un miroir en mouvement de rotation autour d'un axe parallèle aux franges. Celles-ci se déplacent donc de quantités x_0 dans le plan du diaphragme (D) qui limite B.

Un récepteur, placé à la suite de ce plan, recueille le flux $\Phi(x_0; N)$: les signaux sont envoyés soit sur un galvanomètre sensible dont les déviations sont enregistrées, soit sur l'écran rémanent d'un oscilloscope. On aura l'occasion de retrouver l'allure des courbes enregistrées et des oscillogrammes dans les études de détail des différentes parties de l'appareillage [par exemple : « Production et mise en œuvre de P (x) », § 6,12, et « Mesure de l'énergie transmise », § 3,3]. Donnons seulement ici la reproduction d'un enregistrement (*fig.* 12) des variations de $\Phi(x_0)$ pour une fréquence N relativement basse (l'axe repère, noté « zéro », correspond à l'absence du signal P dans le plan D), et deux photographies d'oscillogrammes (*fig.* 13) montrant les variations de Φ pour différentes fréquences N : chaque courbe représente donc $\Phi(x_0; N_j)$ et donnerait un point du spectre :

$$S[N_j, T(N_j)].$$

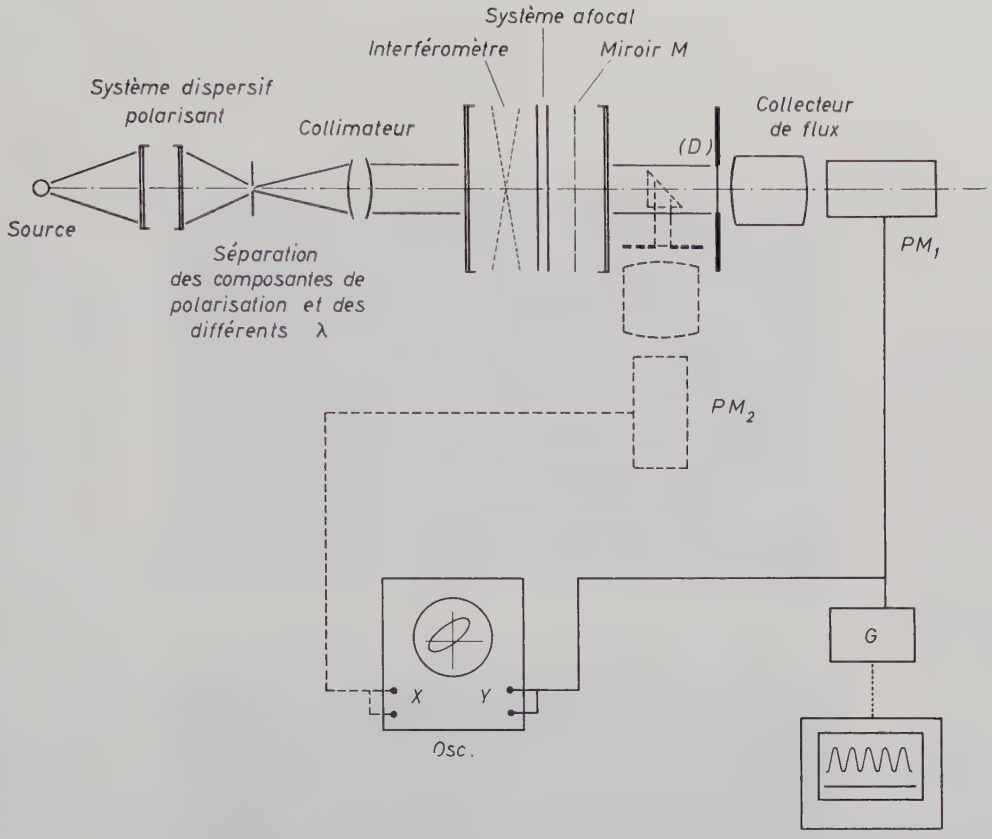


Fig. 11. — Schéma général du périodographe optique

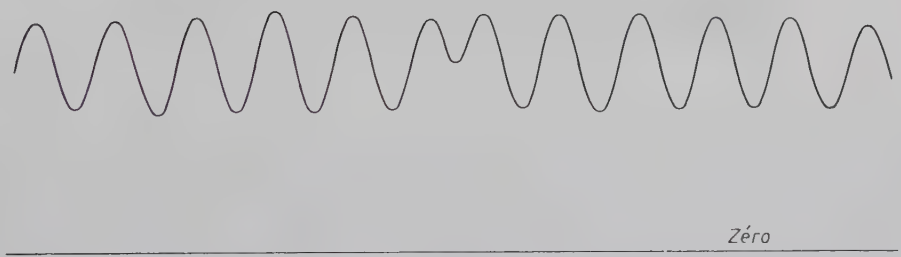


Fig. 12

Remarques.

a) *Enregistrement direct de* T (N) *:*

— lorsque le déplacement x_0 est assuré et lorsque les variations de Φ sont enregistrées en synchronisme avec celles de N, l'enveloppe de la courbe, correspondant aux variations de Φ, fournit T (N) à condition que V reste constante. Si $V = \frac{a'}{a}$ (1), les

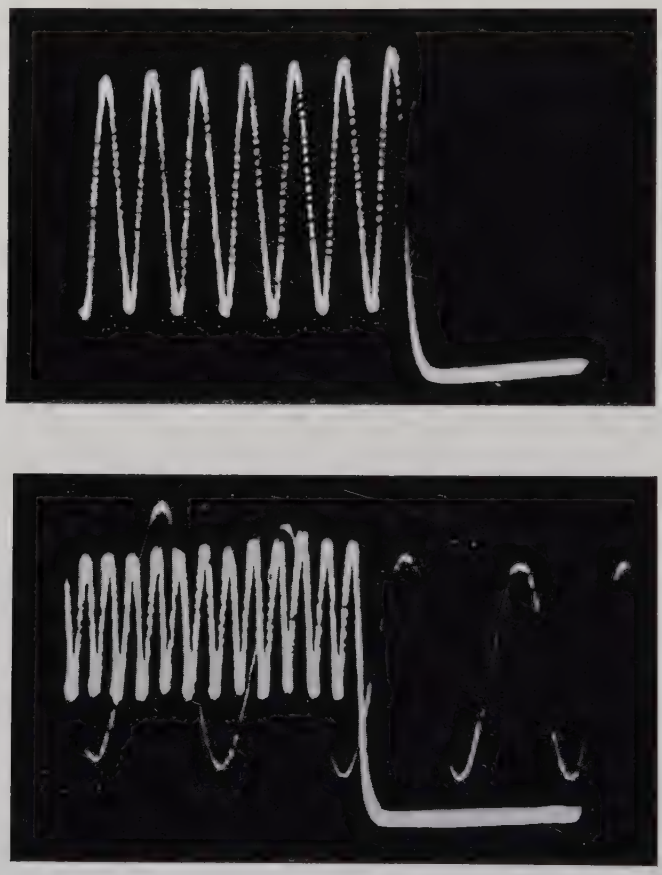


Fig. 13

fluctuations de a peuvent être compensées électroniquement et la valeur moyenne $\bar{a}$ prise comme axe des fréquences pour la courbe enveloppe.

b) *Analyse harmonique utilisée comme méthode de comparaison :*

— pratiquée à titre de comparaison sur certaines transparences, l'opération consiste à chercher, au moyen d'un analyseur mécanique Mader-Ott, les coefficients c_n

(1) La fonction de franges d'interférence peut s'écrire sous la forme :

$$P(x) = a + a' \cos 2\pi Nx \qquad \text{d'où} \qquad V = \frac{a'}{a}.$$

et s_n de la série de FOURIER représentative de B (x). Cette fonction B (x) est elle-même préalablement déterminée au microphotomètre oculaire :

$$\text{(2,15)} \qquad B(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{matrix} c_n \cdot \cos \\ s_n \cdot \sin \end{matrix} \left(2\pi \frac{n}{p} x\right),$$

avec :

$$\text{(2,16)} \qquad \begin{matrix} c_n \\ s_n \end{matrix} = \frac{2}{p} \int_0^p B(x) \cdot \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \left(2\pi \frac{n}{p} x\right) dx.$$

En posant $\frac{n}{p} = N_n$, $dN = \frac{1}{p}$. Réintroduisant alors C (N) et S (N) définis au paragraphe 1, on peut, suivant les réserves qui conviennent lors du passage série-intégrale, écrire alors B (x) :

$$\text{(2,17)} \qquad B(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(N) \cdot \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} (2\pi N x)\, dx.$$

Les coefficients ainsi déterminés sont, à une constante près, C (N) et S (N). Ils permettent de calculer le module et la phase du spectre b (N) pour chaque valeur N_n correspondant à l'harmonique de rang n.

5 MESURE DE LA PHASE φ (N)

Expérimentalement, elle présente quelques difficultés de mise en œuvre et il faut s'attendre plutôt à l'évaluation d'un ordre de grandeur qu'à une mesure précise. Indiquons deux méthodes dont la première permet de mesurer simultanément T (N) et φ (N) par l'appréciation de deux longueurs.

5,1 Mesures à l'oscilloscope.

a) Faisons tomber une partie seulement du faisceau transportant les franges P sur le domaine (D) d'analyse et l'autre partie sur une fente de transparence uniforme. On sait que le spectre b_f (N) de la fente est une fonction paire, sa phase est donc nulle. Les signaux susceptibles d'être envoyés sur les plaques X et Y de l'oscilloscope sont proportionnels aux flux reçus par deux récepteurs identiques placés respectivement à la suite de la fente et de (D). Une relation linéaire simple fait passer de la translation x_0 et de la fréquence d'espace N, à la fréquence de balayage sur l'écran de l'oscilloscope. Quitte à préciser plus tard cette relation, on écrira l'expression des signaux envoyés sur les plaques :

$$\text{(2,18)} \qquad \begin{cases} S_X = b_f(0) \{ 1 + V \cdot T_f(N) \cdot \cos 2\pi N x_0 \}, \\ S_Y = b\ (0) \{ 1 + V \cdot T\ (N) \cdot \cos [2\pi N x_0 - \varphi(N)] \}. \end{cases}$$

On peut toujours faire subir à la courbe de Lissajou résultante un déplacement sur l'écran de l'oscilloscope tel que :

$$\begin{cases} S'_x = \dfrac{S_x - b_f(0)}{V \,.\, b_f(0)}, \\ S'_y = \dfrac{S_y - b(0)}{V \,.\, b(0)}. \end{cases}$$

$b_f(0)$, $b(0)$ sont des constantes et V est fixe pour N donné. Les coordonnées d'un point de la courbe, proportionnelles à S'_x et S'_y, seront donc :

$$(2,19) \qquad \begin{cases} X' = T_f(N) \,.\, \cos(2\pi N x_0), \\ Y' = T(N) \,.\, \cos[2\pi N x_0 - \varphi(N)]. \end{cases}$$

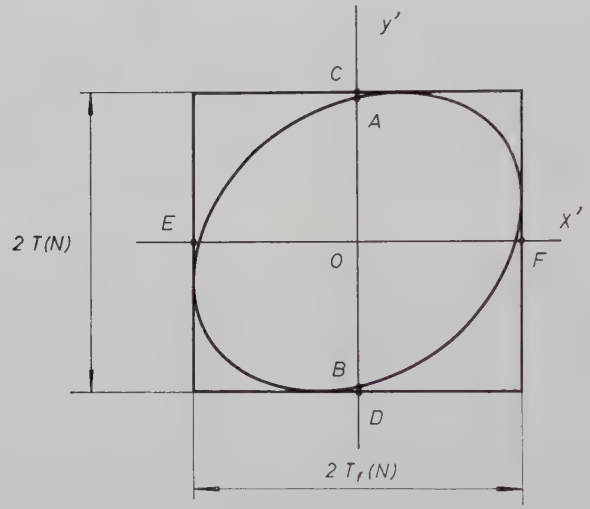


Fig. 14

Cette courbe est une ellipse d'équation :

$$\frac{X'^2}{T_f^2} - \frac{2\,X'\,Y'}{T \,.\, T_f} \,.\, \cos\varphi + \frac{Y'^2}{T^2} - \sin^2\varphi = 0,$$

inscrite dans le rectangle de côtés 2 T, 2 T_f (*fig.* 14).

$$Y'_0 = \pm\, T \,.\, \sin\varphi = \frac{AB}{2} \qquad \text{pour} \qquad X' = 0,$$

$$Y'_{max} = T = \frac{CD}{2},$$

donc :

$$(2,20) \qquad \varphi = \text{Arc sin}\,\frac{AB}{CD}.$$

Remarquons que $T_f(N)$ étant préalablement mesuré, on a aussi :

(2,21) $$T(N) = T_f(N) \cdot \frac{CD}{EF}.$$

La précision sur les coefficients d'amplification et les distorsions de phase des amplificateurs X et Y est celle des mesures.

b) Il est quelquefois préférable d'envoyer les deux signaux S_x et S_y sur un oscilloscope bicourbe, ou encore sur l'oscilloscope précédent à travers un commutateur électronique.

L'inscription présentera, pour chaque fréquence N, un décalage $\delta(N)$ entre les deux courbes (*fig.* 15) :

(2,22) $$\frac{\varphi(N)}{2\pi} = \frac{\delta(N)}{p} = N \cdot \delta(N).$$

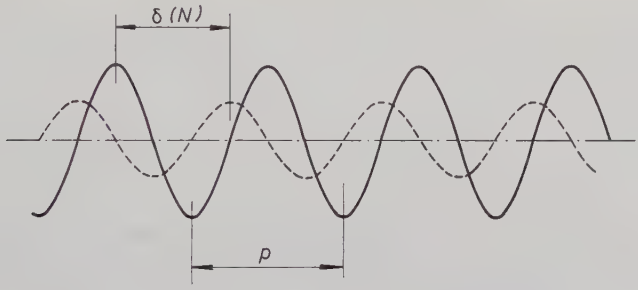


Fig. 15

5,2 **Détermination des composantes réelle et imaginaire du spectre.**

Considérons la fonction de transparence $B(x)$ comme la somme d'une fonction K, valeur moyenne de $B(x)$ à l'intérieur du domaine (D) et telle que K soit une constante à l'intérieur de (D), et d'une fonction $B'(x)$ qui caractérise les fluctuations locales de la transparence et dont la valeur moyenne est nulle à l'intérieur de (D) (1) :

(2,23) $$B(x) = B'(x) + K,$$

où :

$$\left.\begin{aligned} K &= B(x) \\ \overline{B'(x)} &= 0 \end{aligned}\right\} \subset (D).$$

Entre les transformées de B, B′ et K, on a la relation :

$$b = b' + k.$$

(1) Dans le cas où B serait la transparence d'un film uniformément impressionné et développé, B′ serait le bruit photographique. Pour une image photographique ordinaire, B′ représente à la fois le bruit et la répartition effective de densité (image effective).

Si (D) est limité par une fente de largeur X, d'aire S, la transformée de K,

$$k = \mathrm{K} \,.\, \mathrm{S} \,.\, \frac{\sin \pi \mathrm{XR}}{\pi \mathrm{XR}} ,$$

est réelle et paire puisque K est réelle et paire. *A priori*, on peut dire que B′ est réel, mais non nécessairement pair; sa transformée est en général complexe et s'écrit en fonction de ses parties paire, b_e, et impaire, b_0 :

$$b' = b'_e + b'_0. \tag{2,24}$$

La composition des modules de b' et k dans le plan complexe (*fig.* 16) montre que :

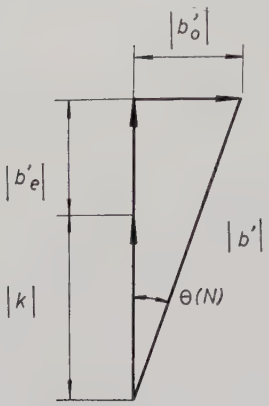


Fig. 16

— la phase du spectre est déterminée en mesurant successivement $|\,b'_0\,|$ et $|\,b'_e\,|$:

$$\varphi(\mathrm{N}) = \mathrm{Arc\ tg} \frac{|\,b'_0\,|}{|\,b'_e\,| + |\,k\,|} ; \tag{2,25}$$

— il est avantageux de travailler dans des conditions pour lesquelles $|\,k\,|$ est aussi faible que possible, ce qui ramène encore au choix de (D) aussi large que possible; les zéros de k apparaissent comme des points privilégiés dans la mesure de φ (N).

Une variante de cette méthode est à rapprocher d'une technique décrite indépendamment et dans un but différent [9] :

— B (x) représentant la fonction de transparence d'un cliché photographique, on conserve fixe la direction moyenne du système de franges P et l'on déplace suivant Ox, face à face, deux copies identiques du cliché. Les copies subissant des translations de sens opposés et à la même vitesse (x_0, — x_0), l'expression du flux mesuré permet d'écrire maintenant la variation de flux total :

$$\Phi\,(x_0;\,\mathrm{N}) - \Phi\,(-\,x_0;\,\mathrm{N}) = 1 + \mathrm{V} \,.\, \cos\,(2\,\pi\,\mathrm{N}x_0) \,.\, \mathrm{Re}\,\{\,b\,(\mathrm{N})\,\},$$

$\mathrm{Re}\,\{\,b\,(\mathrm{N})\,\}$ étant la partie réelle de b (N).

$|\,b\,(\mathrm{N})\,|$ est déterminé par ailleurs; on en déduit :

$$\varphi(\mathrm{N}) = \mathrm{Arc\ cos} \frac{\mathrm{Re}\,\{\,b\,(\mathrm{N})\,\}}{|\,b\,(\mathrm{N})\,|}.$$

APPENDICE

POUVOIR DESCRIPTIF DU SPECTRE DE LA FONCTION B (x) LIMITÉE DANS UN DOMAINE DE LARGEUR RÉDUITE

a) Supposons que la fonction B (x) s'annule à l'extérieur de l'intervalle (x_1, x_2) de largeur X et prenons pour origine le milieu du segment $x_1 x_2$. On peut écrire la transformée de B (x) et ses dérivées successives :

$$b(\mathrm{N}) = \int_{-\mathrm{X}/2}^{+\mathrm{X}/2} \mathrm{B}(x) \cdot \exp(-i\,2\pi\,\mathrm{N}x)\,dx,$$

$$\frac{db(\mathrm{N})}{d\mathrm{N}} = (-i\,2\pi)\int_{-\mathrm{X}/2}^{+\mathrm{X}/2} x \cdot \mathrm{B}(x) \cdot \exp(-i\,2\pi\,\mathrm{N}x)\,dx,$$

$$\frac{d^n b(\mathrm{N})}{d\mathrm{N}^n} = (-i\,2\pi)^n \int_{-\mathrm{X}/2}^{+\mathrm{X}/2} x^n \cdot \mathrm{B}(x) \cdot \exp(-i\,2\pi\,\mathrm{N}x)\,dx.$$

Remplaçant x par sa valeur maximale $\pm \dfrac{\mathrm{X}}{2}$ et prenant les valeurs absolues :

$$\left|\frac{d^n b(\mathrm{N})}{d\mathrm{N}^n}\right| \leqq (\pi\,\mathrm{X})^n \left|\int_{-\mathrm{X}/2}^{+\mathrm{X}/2} \mathrm{B}(x) \cdot \exp(-i\,2\pi\,\mathrm{N}x)\,dx\right|.$$

Quelle que soit la nature de la transparence — pupille d'instrument ou cliché photographique —, les fréquences ne sont plus transmises au-delà d'une certaine limite. De plus, une densité de fréquence infinie n'est pas vraisemblable au point de vue physique. $|\,b(\mathrm{N})\,|$ admet donc une borne supérieure qu'on désignera par M. Il vient :

$$\left|\frac{d^n b(\mathrm{N})}{d\mathrm{N}^n}\right| \leqq (\pi\,\mathrm{X})^n \cdot \mathrm{M}.$$

Le spectre b (N) est à transformée limitée. Sa transformée, B (x), est contenue à l'intérieur du domaine de largeur X. Son pouvoir descriptif est réduit. En effet, la relation précédente montre que les contours de la courbe représentative de b (N) seront d'autant plus arrondis que X est petit. Or, arrondir les contours de b (N) revient à limiter la résolution : le détail de structure disparaît.

A partir d'un théorème dû à Berger, dont on aurait établit une réciproque, on eût été conduit à une relation peu différente. Néanmoins, le résultat ci-dessus est plus commode : au moyen d'un procédé suivi par Arsac [7], il permet de préciser

l'incertitude Δ N le long de l'axe des N, c'est-à-dire sur la courbe expérimentale de $|\, b\,(N)\,|$, au voisinage du maximum M effectivement atteint par $b\,(N)$. Appliquée à la portion de courbe $M_1\, m$ (*fig.* 17), l'inégalité précédente s'écrit :

$$\frac{db\,(N)}{dN} \leqq \pi\ XM;$$

d'après la formule de la moyenne :

$$\frac{|\, b\,(N_1) - b\,(N_0)\,|}{|\,(N_1 - N_0)\,|} = b'\,(N_j), \qquad \text{ou} \qquad N_1 < N_j < N_0,$$

$$|\, b\,(N_1) - b\,(N_0)\,| \leqq |\, N_1 - N_0\,|\ .\ \pi\ XM.$$

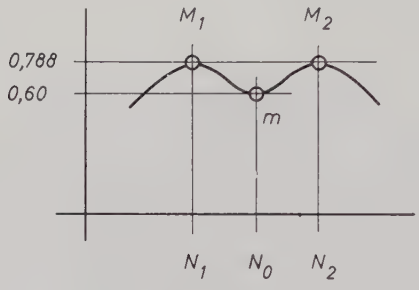


Fig. 17

Or :

$$b\,(N_1) = 0{,}788\ M \qquad \text{et} \qquad b\,(N_0) = 0{,}600\ M,$$

donc :

$$0{,}188 \leqq \frac{\Delta N}{2}\,\pi\,X,$$

$$\Delta N \geqq \frac{1}{8\,X}.$$

Le pouvoir de résolution estimé à partir de cette valeur est illusoire.

b) L'allure du spectre aux fréquences N voisines de zéro présente un certain intérêt. Pour conserver un pouvoir de résolution convenable, c'est-à-dire pour que NX soit grand, il faudrait élargir considérablement (D), mais alors on effectuerait une statistique qui n'aurait plus grand sens aux fréquences plus élevées. On pourrait alors réduire la surface analysée au cours d'une manipulation en diminuant la hauteur du domaine, ce qui reviendrait à prendre une fente dont la plus grande dimension serait disposée suivant la direction des x.

c) On peut encore évaluer l'effet du facteur de dissipation sur le spectre en calculant le nombre de franges nécessaires pour que l'erreur introduite par la limitation conserve une valeur fixée à l'avance, soit par exemple 1 % quel que soit N.

Dans le cas particulier où la transparence serait constamment égale à l'unité, à l'intérieur du domaine d'analyse, l'expression du flux serait donnée par :

$$\Phi(x_0; N) = \int_{x_0 - X/2}^{x_0 + X/2} [1 + V \cos 2\pi N (x - x_0)]\, dx,$$

soit :

$$\Phi(x_0; N) = K\left[1 + V \frac{\sin \pi XN}{\pi XN} \cos 2\pi N x_0\right],$$

quantité indépendante de N à 1 % près, si le coefficient du terme en cosinus reste inférieur à 0,01. Les valeurs maximales de V et de $\sin \pi XN$ étant l'unité, la condition est satisfaite pour $NX \geqq 30$.

Chapitre III

MESURE DE L'ÉNERGIE TRANSMISE PAR LA PUPILLE ANALYSÉE

1 ÉLÉMENTS INTERVENANT DANS LA MESURE

1,1 Généralités.

La totalité du flux transmis par le domaine (D), c'est-à-dire par la région limitée par le diaphragme D dont on étudie la transparence énergétique B (x), doit être recueillie par la photocathode du photomultiplicateur PM. On est donc amené à envisager plusieurs conditions auxquelles doit satisfaire tout système collecteur.

Ce chapitre sera consacré tout d'abord à l'étude du système collecteur de flux lumineux, c'est-à-dire à l'arrangement optique compris entre (D) et le photomultiplicateur : différents systèmes possibles seront discutés. On verra ensuite, après la mise en œuvre des éléments de l'électronique, quelques considérations au sujet d'une méthode dont la mise au point est en voie d'achèvement.

1,2 Ouverture de la lentille collectrice frontale.

La première condition est imposée par la nature de la transparence comprise à l'intérieur de D (cliché photographique ou pupille absorbante). Au passage à travers la transparence, il y a diffusion du faisceau modulé incident et diffraction à l'intérieur d'un angle, *a priori*, inconnu. Ces effets sont dus non seulement à la superposition des éléments constitutifs de B (x), mais aussi à la structure granulaire de l'image photographique. Le flux sortant est transporté par un faisceau dont l'étendue fixe l'ouverture de la première lentille du collecteur. La monture de cette lentille joue le rôle de pupille d'entrée du système.

Dans les conditions les plus favorables, c'est-à-dire lorsqu'on forme directement l'image de D sur la photocathode au moyen d'un objectif Ob, on peut admettre que les pertes de flux par diffusion et diffraction sont très réduites lorsque la condition $\frac{\lambda N}{\sin \alpha} \leqq 1$ est satisfaite (*fig.* 18). Ceci revient à dire que pour l'objectif utilisé il ne serait pas possible d'obtenir une quelconque information pour des fréquences N supérieures à 400 mm^{-1}.

Les différentes solutions proposées, qui seront discutées plus loin, permettent, en général, d'éviter cette limitation due à la lentille collectrice.

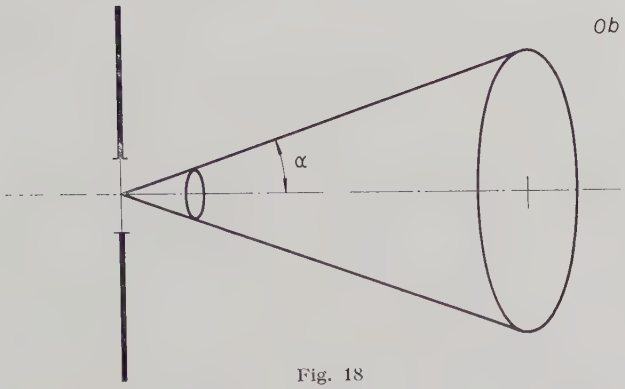


Fig. 18

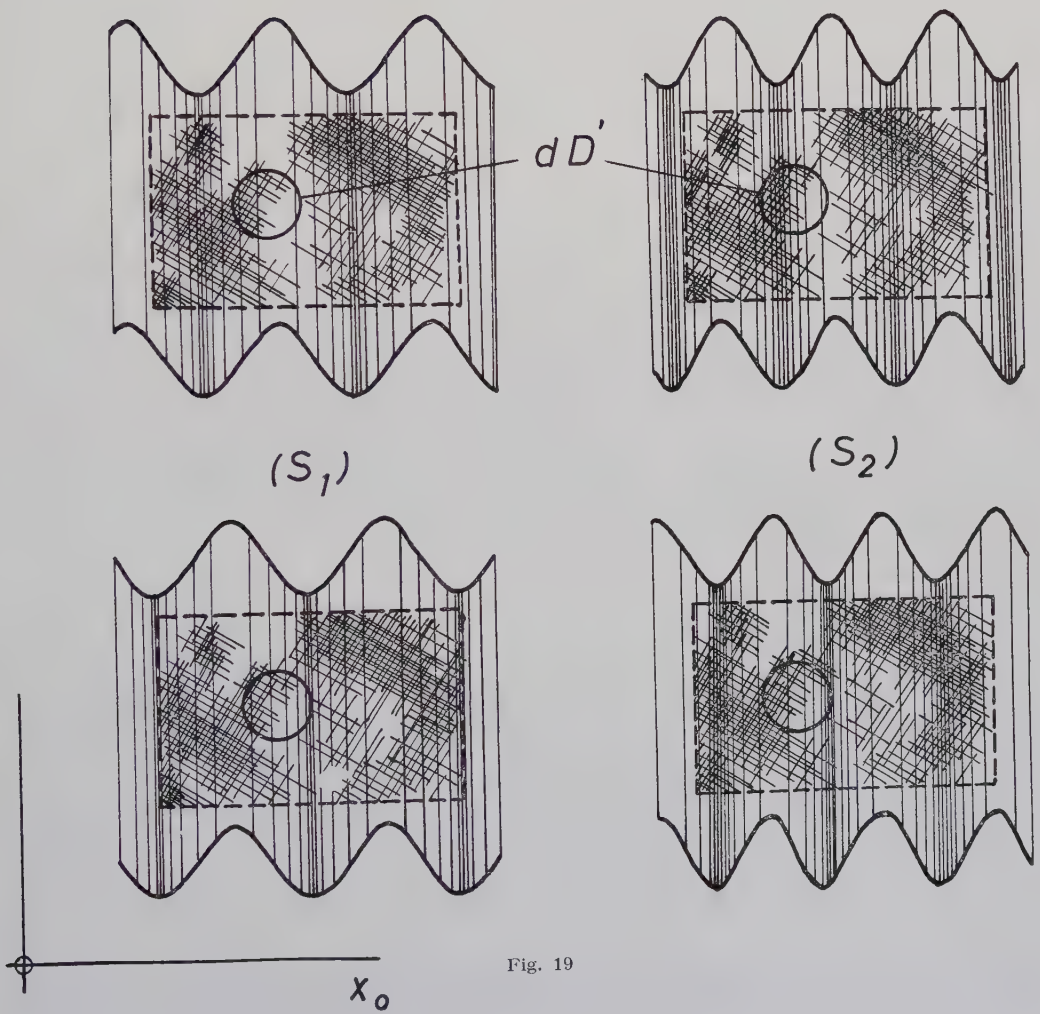


Fig. 19

1,3 **Effets de la sensibilité locale de la photocathode.**

Supposons que tout le flux qui a traversé (D), et qui a été rassemblé par la première lentille placée à la suite de (D) soit amené sur la photocathode. Il est bien connu que la sensibilité d'une photocathode n'est pas constante sur toute l'étendue de sa surface; la même quantité de lumière tombant en des points voisins ne produit pas, en général, le même signal de sortie (signal d'anode) lorsqu'une tension déterminée est appliquée entre les dynodes du photomultiplicateur relié à un appareil de mesure (enregistreur ou oscilloscope). Il est donc avantageux de travailler dans des conditions telles que l'on puisse parler de sensibilité moyenne (1) sur la surface sensible; ces conditions sont obtenues en éclairant la plus grande partie possible de la surface sensible, la région éclairée restant fixe pendant toute la durée de la mesure.

En fait, le rayon moyen du faisceau modulé incident passant par le centre de (D) ne conserve pas une direction constante. Au cours de la mesure de visibilité de la fonction flux, $\Phi(x_0; N)$, ce rayon moyen prend différentes inclinaisons à l'intérieur d'un angle dont les limites sont fixées par la variation de x_0 (*fig.* 19). Du point de vue de l'optique géométrique, pour que tous les rayons intérieurs au faisceau s'appuyant sur (D) restent intérieurs à un contour fixe (D′) de la photocathode, il faut que les plans de (D) et (D′) soient conjugués. Dans le cas contraire, le faisceau transportant $\Phi(x_0; N)$ balayerait la surface du détecteur.

Mais alors, si l'on forme l'image de (D) sur la photocathode, d'autres inconvénients se présentent. Non seulement la photocathode « voit » une surface dont la luminance n'est pas uniforme, mais, pour une fréquence N donnée, la distribution des luminances sur cette surface varie avec x_0. A l'intérieur d'un élément symbolique, dD′, dont l'aire représente la quantité d'énergie qui atteint effectivement la photocathode, la répartition énergétique n'est pas uniforme : le flux élémentaire, $d^2\Phi$, en dD′, est proportionnel (au moins en première approximation) à la transparence de son conjugué, dD, dans le plan de la pupille D. Ceci reste vrai pour chaque fréquence N; ainsi, la variation du flux enregistré en chaque point est le produit du flux reçu par dD′, par la réponse locale de la photocathode. Le long d'une direction parallèle au déplacement x_0 des franges, la fonction de modulation ainsi introduite est une méridienne du relief de sensibilité.

1,4 **Pupille réceptrice.**

Deux solutions ont été utilisées pour éviter la modulation du signal de sortie dont il vient d'être question. Elles permettent de conserver immobile la région (D′) réceptrice et d'élargir suffisamment le faisceau pour que les variations d'éclairement sur la photocathode restent faibles. On peut alors considérer la réponse globale moyenne du PM comme intervenant à peu près seule, et chercher, pour une transparence donnée, les valeurs extrêmes des courants de sortie, i_s, entre lesquelles cette réponse moyenne est sensiblement linéaire. Il suffit, dans la plupart des cas, de faire travailler le PM

(1) Il s'agit de la sensibilité relative pour une longueur d'onde donnée. En effet, toutes les mesures sont effectuées en lumière verte du mercure. La sensibilité spectrale est donnée par le constructeur pour chaque type de cellule et il est aisé de vérifier la forme de la courbe correspondante pour différents λ. On peut, en particulier, apprécier l'évolution de la sensibilité spectrale du PM au cours du temps.

sous une tension adaptée aux flux mesurés; la valeur de cette tension, V_{PM}, est donnée par la famille de courbes $i_s = f(V_{PM})$ pour différentes valeurs de flux (*fig.* 20); on vérifie alors facilement la proportionnalité entre le flux reçu et le signal de sortie : la photocathode est éclairée au moyen d'un faisceau monochromatique qui a traversé parallèlement les polaroïdes P_1, P_2. Lorsqu'on fait varier l'angle θ compris entre les axes de P_1 et P_2, le flux lumineux transmis varie comme $A \cos^2 \theta$ et l'on peut tracer la courbe $i_s = f(\cos^2 \theta)$: c'est sensiblement une droite (*fig.* 21).

a) La première solution consiste à placer une surface diffusante devant la photocathode. On forme l'image de (D) en (D') et l'on interpose le diffuseur sur le trajet

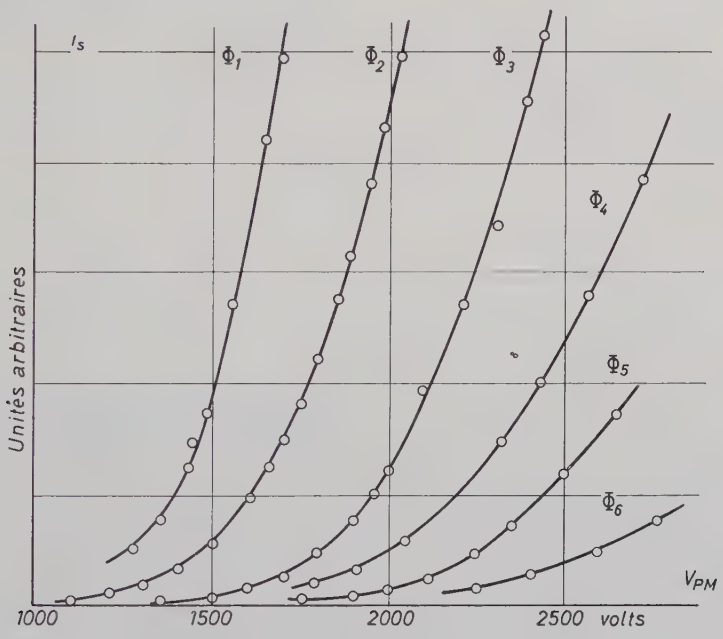


Fig. 20

du faisceau. Celui-ci s'élargit : pour un diffuseur convenablement choisi (1), on détermine expérimentalement le diamètre moyen de la tache de diffusion en fonction de la distance à la photocathode (*fig.* 22); le contour de la tache de diffusion est suffisamment net pour que ses dimensions puissent être mesurées à moins de 1 mm près. Le domaine (D) est généralement limité par un rectangle de largeur moindre que le diamètre de la photocathode, aussi est-il intéressant d'utiliser des diffuseurs produisant un étalement maximal du faisceau suivant une direction particulière (réseaux rectilinéaires plastiques). L'enregistrement des variations de flux met en évidence l'effet d'un tel diffuseur (*fig.* 23).

(1) Aux diffuseurs homogènes (type verre dépoli) nous avons souvent préféré des réseaux réticulaires obtenus par moulage plastique. Ceux-ci sont plus transparents et les limites du « faisceau diffusé » sont toujours assez bien définies. Dernièrement, nous avons utilisé des feuilles de polyéthylène étiré sous basse pression : ces feuilles, transparentes sous quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur, ont un aspect blanc laiteux vers 1 mm et fournissent des diffuseurs très bien adaptés à notre problème.

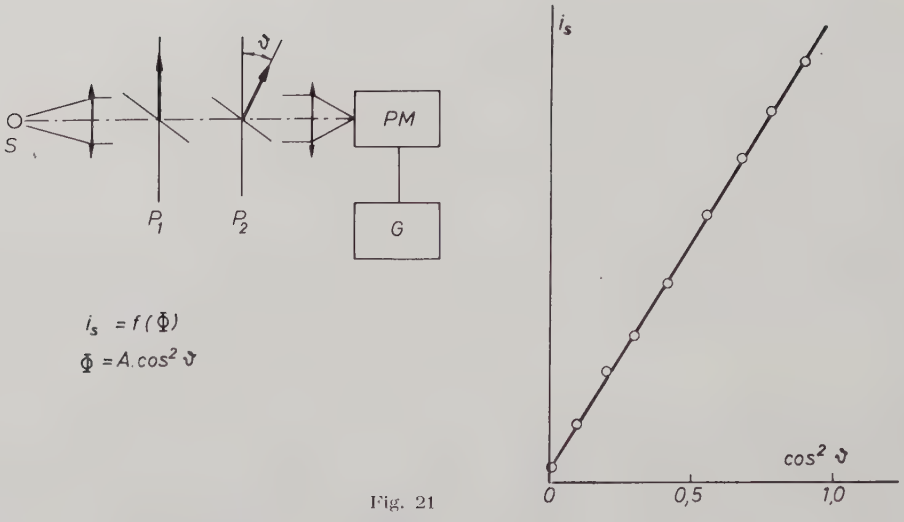
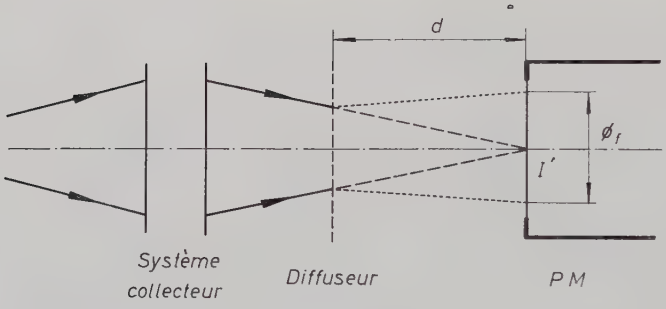

S
P1
P2
PM
G
ϑ
$i_s = f(\Phi)$
$\Phi = A.\cos^2 \vartheta$
i_s
$\cos^2 \vartheta$
0
0,5
1,0

Fig. 21


d
ϕ_f
l'
Système collecteur
Diffuseur
PM

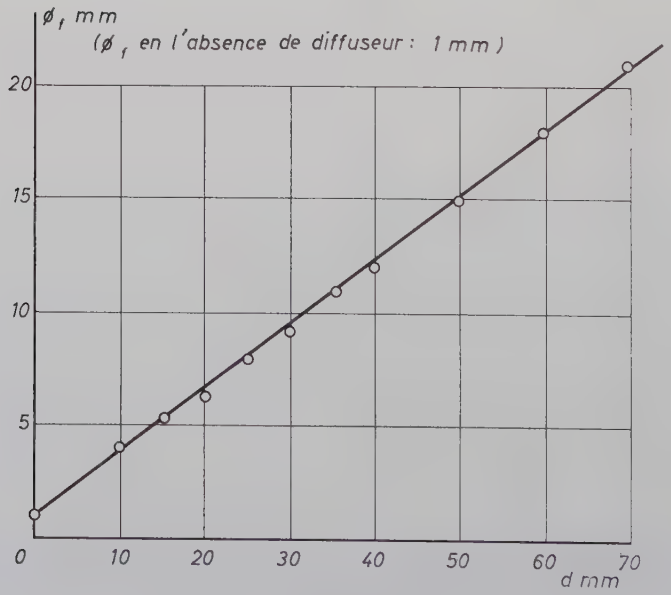
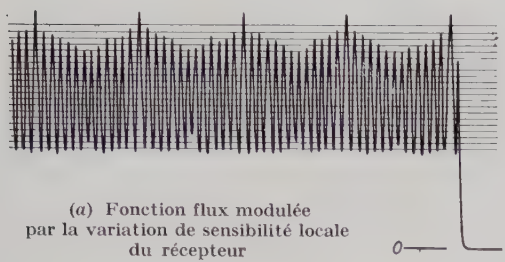

ϕ_f mm
(ϕ_f en l'absence de diffuseur : 1 mm)
20
15
10
5
0
10
20
30
40
50
60
70
d mm

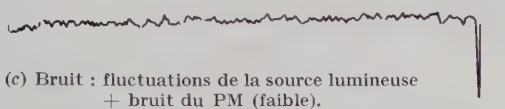
Fig. 22

b) La nécessité fréquente d'élargissement unidirectionnel a conduit également à l'emploi de systèmes optiques cylindro-sphériques. Les montages à éclairage dirigé permettent en effet de conserver une luminance apparente plus importante que ceux à éclairage diffus. Pour un grandissement transversal choisi pour la partie optique sphérique, la grandeur de (D') est fixée suivant une direction. L'étalement de l'image suivant l'autre direction sera déterminé à partir du diamètre utile de la photocathode. L'étude de ces systèmes fera l'objet d'un paragraphe suivant.



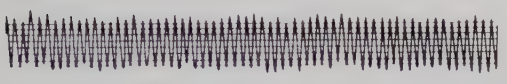
(*a*) Fonction flux modulée par la variation de sensibilité locale du récepteur

(*b*) Modulation seule : un faisceau transportant un flux constant balaye la surface sensible



(*c*) Bruit : fluctuations de la source lumineuse + bruit du PM (faible). Le diffuseur est à 20 mm en avant de la photocathode

(*d*) Signal produit par le même faisceau que ci-dessus après traversée d'un diffuseur porcelaine



(*e*) Réponse à la fonction flux après interposition du diffuseur

(*f*) Même fonction qu'en (*e*), vitesse de déroulement différente

Fig. 23

2 GÉOMÉTRIE DU SYSTÈME OPTIQUE COMPRIS ENTRE (D) ET LE PM DISCUSSION DES MONTAGES UTILISÉS

2,1 Remarque préliminaire : intensité moyenne du faisceau modulé incident sur (D).

Le déplacement x_0 de la répartition de luminance sur (D) est obtenu, on l'a vu, au moyen d'un miroir M effectuant un mouvement de va-et-vient entre les positions (1) et (2). Si nous appelons rayon principal le rayon qui passe toujours par le centre de (D), la *figure* 24 montre que, lorsque le miroir tourne, ce rayon prend les positions (1) et (2) qui correspondent à la translation $I_1\ I_2$ en avant du miroir M. En d'autres termes, dans les positions extrêmes du système de franges qui balaye (D), les parties utiles du faisceau sortant de l'interféromètre sont celles hachurées et indiquées 1_0 et 2_0 dans la figure.

Il est donc nécessaire que les franges d'interférence conservent, non seulement une visibilité constante, mais également une intensité moyenne constante dans tout le champ, ou tout au moins à l'intérieur du faisceau limité par l_1 et l_2. Ceci revient

à dire que les deux faisceaux dont l'interférence produit les franges devraient fournir, individuellement, un éclairement constant en tout point d'une section quelconque, ou encore, si l'interféromètre n'introduit aucune perturbation locale, que la luminance devrait rester uniforme sur la pupille d'entrée de l'interféromètre. Lorsque ces conditions seront réalisées, nous dirons que le faisceau issu du collimateur est homogène. La non-homogénéité de ce faisceau se traduit par une modulation supplémentaire du signal de sortie (il faut noter que les fluctuations locales sont moins gênantes que les variations de grande amplitude suivant une méridienne du faisceau). L'effet en est illustré par les courbes (*a*), (*b*), (*c*) de la *figure* 25 : (*a*) est un enregistrement de franges d'interférence

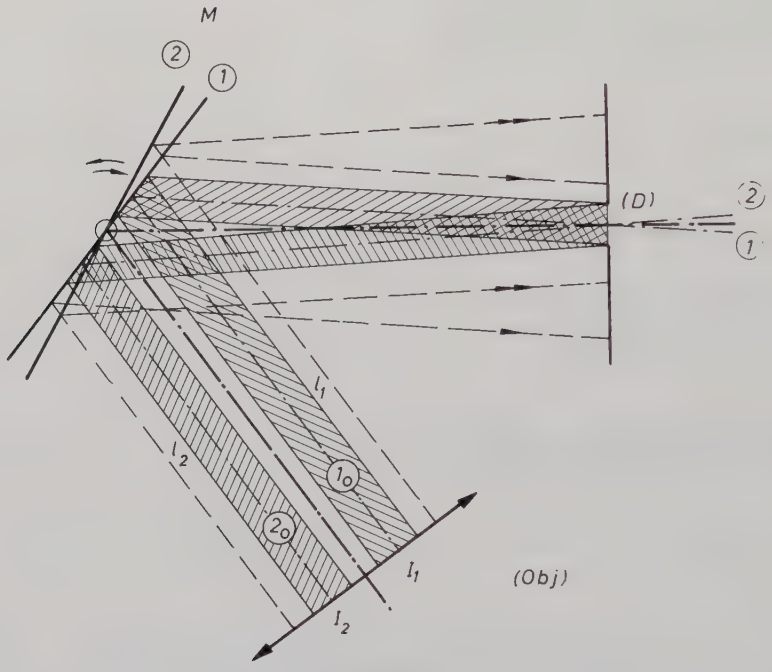
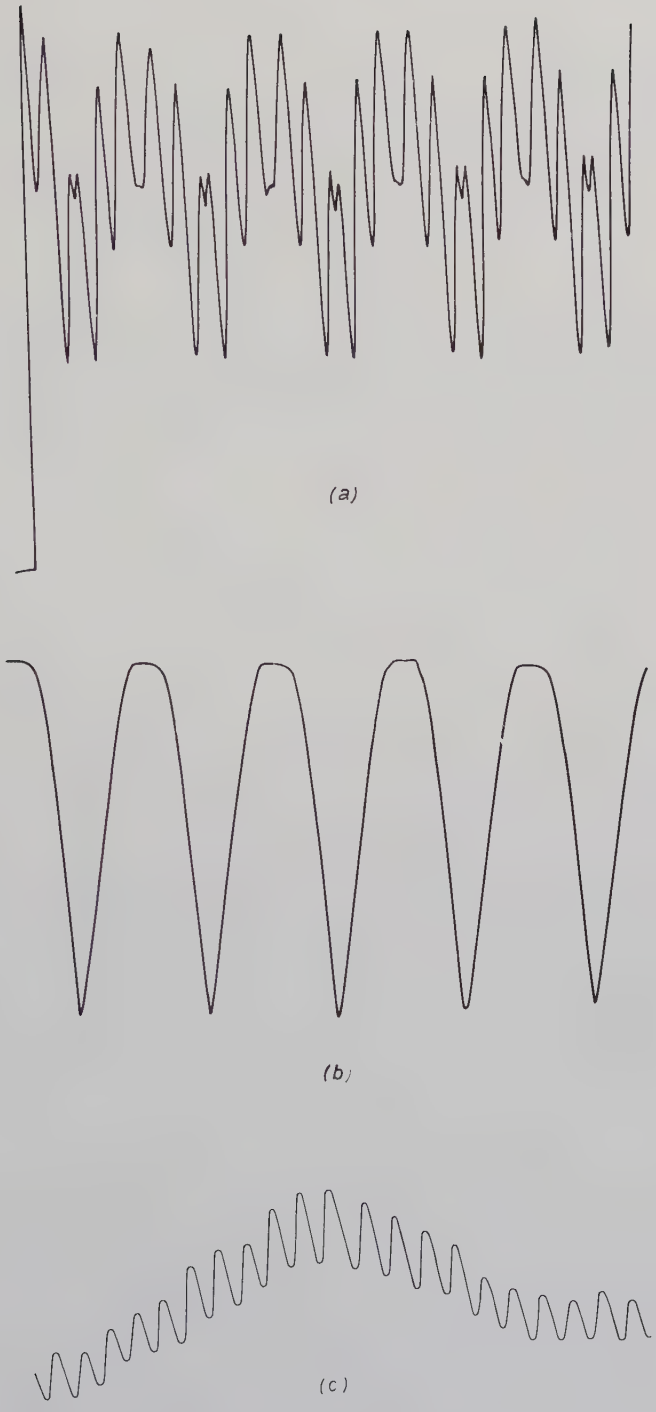


Fig. 24

obtenu lorsque le faisceau est très dissymétrique, la période de la modulation des franges est celle d'un aller-retour du miroir de balayage. La *figure* 25 (*b*) représente la modulation seule : on a supprimé l'un des faisceaux par obturation le long d'un bras de l'interféromètre et l'on a enregistré le signal lorsque l'ouverture (D) est une fente fine, le miroir effectuant son mouvement de va-et-vient; le changement de sens de la came correspond alternativement à une pointe et à un méplat sur la courbe. Dans l'enregistrement des franges en (*c*), le faisceau arrivant sur l'interféromètre était symétrique, mais présentait une différence d'intensité assez nette entre le centre et les bords; la période de la modulation est, cette fois-ci, celle d'un aller du miroir de balayage. En ce qui concerne les dissymétries et modulations à grandes périodes (ou pseudo-périodes), l'homogénéité n'est réalisable qu'au prix de précautions particulières d'alignement et de centrage; on réduit les fluctuations locales en choisissant convenablement les ouvertures des faisceaux et les surfaces optiques. L'étude détaillée du faisceau incident en est faite dans un autre chapitre.



(a)

(b)

(c)

Fig. 25

2,2 **Flux dans le plan de** (D).

Soient S la surface de l'objectif collimateur de distance focale f_c et Ω l'angle solide sous lequel on voit S de la fente d'entrée. Si $S_F = h \,.\, l$ est la surface de cette fente, que l'on supposera éclairée uniformément, le flux lumineux émis par la fente considérée comme une source de luminance L, à travers l'objectif collimateur, a pour expression :

$$\Phi_0 = L S_F \, \Omega,$$

$$\Phi_0 = L S_F \frac{S}{f_c^2} = L \, \omega \, S,$$

ω étant l'angle solide sous lequel c est vu de la fente S_F.

Après traversée du système interférométrique (*fig.* 26) de facteur de transmission global t_g, le flux dans le plan de (D) vaut $\Phi_0 t_g$. L'éclairement d'une surface est le flux

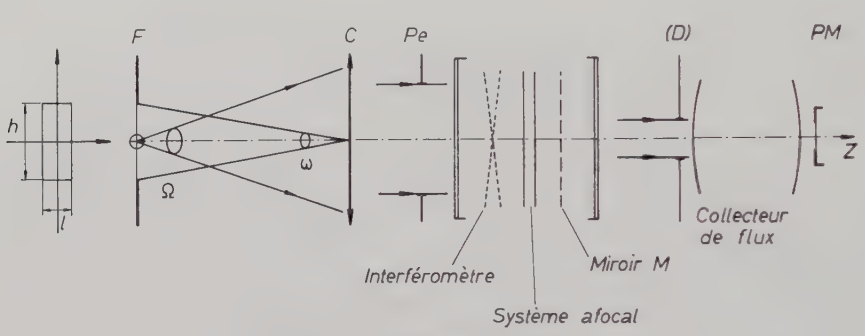


Fig. 26

reçu par unité de cette surface; puisqu'il y a conservation de l'énergie, on pourrait donc définir un éclairement moyen indépendamment de la modulation introduite par l'interféromètre. L'espace compris entre C et (D) étant traversé par des rayons parallèles (le système télescopique n'introduit aucune limitation pupillaire), cet éclairement moyen, dans le plan (D), aurait pour valeur $E = L \, \omega \, t_g$, et le flux total entrant effectivement dans (D) a pour expression :

$$\Phi_D = \iint_{(D)} E \,.\, dS_D = L \, \omega \, t_g \,.\, S_D.$$

Le fait que la répartition sinusoïdale P (x) recouvre le plan (D) ne change rien : tout se passe comme si ce plan était éclairé par une source à l'infini dont la luminance, au lieu d'être uniforme, serait représentée par une loi de la forme P (x).

En l'absence de la fonction de transparence énergétique B comprise dans (D) (1), notre système pourra être traité suivant l'optique géométrique classique.

(1) La fonction B ne fait qu'agir sur Φ_D, de telle façon que le flux transmis par (D) est une fonction des fréquences comprises dans B.

2,3 Transmetteur de flux en optique sphérique.

Lorsqu'on a cherché à concilier les impératifs qui permettent, dans notre appareillage où l'aire de (D) est relativement réduite, d'éviter les inconvénients du faisceau balayant la photocathode et d'une surface réduite de celle-ci recueillant l'énergie, on a été ramené essentiellement à trois montages en optique sphérique (1). Ils sont représentés par la *figure* 27. Le miroir M permet la translation des franges dans ce plan (D). On a tracé, dans chaque cas, le faisceau réfléchi moyen (en hachuré) correspondant à une position extrême de ce miroir et provenant de l'interféromètre.

A. — (D) et la photocathode sont conjugués dans l'objectif O*b*. Le faisceau traversant (D) balaye, suivant le plan horizontal de balayage, la surface de O*b* dont l'ouverture numérique doit être ainsi suffisamment grande. Dans le plan focal (F′) de O*b*, l'image de la source deux fois modulée (par l'interféromètre : fonction P, et par B) se déplace suivant le plan de front indiqué en pointillés. Dans ce cas, la fonction de transfert de l'objectif O*b* va intervenir en ce sens que l'on obtiendra en (F′) une figure de Fraunhofer, variable avec la position du point moyen du faisceau (I_0, I_1, I_2, ...). Mais on peut néanmoins espérer que toute l'énergie collectée par O*b* ne sera pas largement étalée en (F′) si (D) n'est pas trop étroit, et sera finalement, en moyenne, recueillie par le PM.

B. — Une lentille mince O_1 est disposée dans le plan de (D). Son foyer coïncide avec le centre de l'objectif O*b* qui conjugue (D) et PM. Dans le plan de O*b*, le flux intégré transmis par (D) est encore étalé, suivant la figure de Fraunhofer, de O_1 avec (D) pour pupille. (On retrouve en O*b* l'image de la source.) Cependant, l'avantage de ce dispositif est de ne plus nécessiter un diamètre utile important pour O*b*. D'autre part, si la distance focale de O_1 est courte (pratiquement, on a choisi des lentilles de quelques dizaines de mm de focale), le grandissement permis pour O*b* est plus élevé et une plus grande région de la photocathode se trouve utilisée : le flux qui arrive sur le PM est proportionnel à la transparence de (D). On se trouve ici dans les conditions du classique « flying spot » utilisé en télévision, la photocathode est dans le plan de la pupille de sortie du système optique dont (D) est la pupille d'entrée. Des raisons de commodité et de matériel nous ont amené à modifier légèrement le dispositif qui devient le suivant.

C. — En avant de (D), les franges d'interférence apparaissent « peintes » sur le miroir M, quelle que soit l'incidence du rayon moyen. Pour une disposition donnée des éléments mécaniques (montures, etc.) ne limitant pas le faisceau issu du système télescopique — ce qui est, effectivement, le cas —, la répartition énergétique dans un plan fixe passant par le centre de rotation de M et perpendiculaire à l'axe optique du collecteur de flux, est invariante

(1) Remarquons que lorsque (D) est de très petites dimensions (par exemple, une étude a été effectuée pour un domaine rectangulaire de 2 mm × 5 mm), il n'est plus nécessaire de disposer un système quelconque entre (D) et le PM. La fenêtre d'entrée de celui-ci (diamètre 25 mm environ) étant alors placée à une distance de l'ordre du centimètre en arrière de (D), toute l'énergie transmise est directement recueillie. La sensibilité locale de la surface réceptrice varie peu : la région atteinte par le flux se déplace très peu, étant donnée la faible distance (D) — PM.

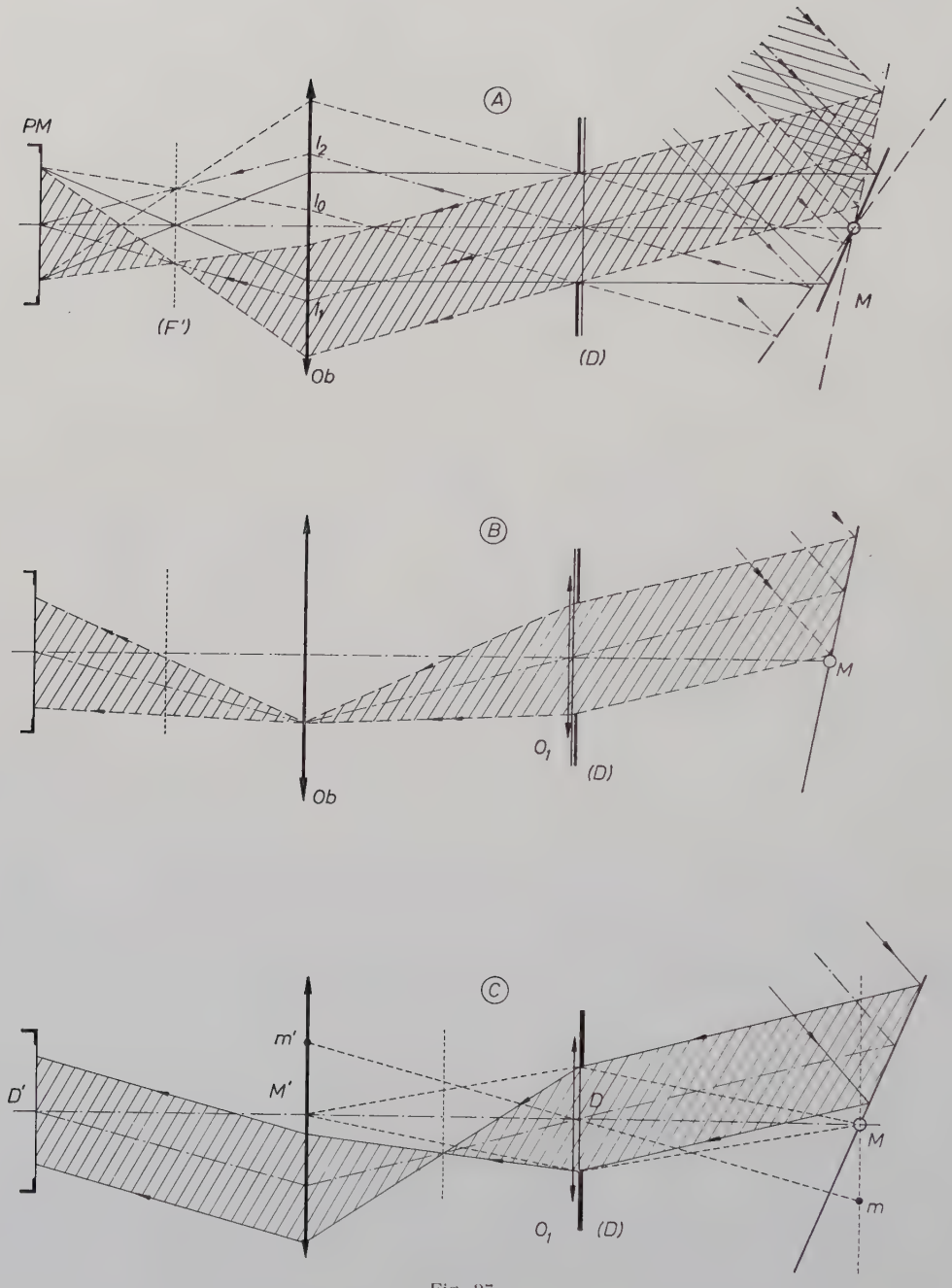


Fig. 27

pour une fréquence donnée des franges. On peut alors chercher à conjuguer ce plan avec l'objectif O*b* au moyen de la lentille O_1. L'avantage est de faire correspondre à chaque point *m*, d'état d'interférence invariant, un point *m'*, fixe, sur O*b*. [Il résulte qu'on pourrait définir un champ de pleine lumière dans l'espace situé en avant de (D). Son étendue serait fixée par la projection de M sur un plan parallèle à (D). L'angle solide de sommet D est toujours le même et le flux reste aussi le même.]

Le flux arrivant sur O*b* est encore proportionnel à la transparence de (D), et si l'on maintient la conjugaison de (D) avec PM au moyen de O*b*, les propriétés du système précédent subsistent toujours.

Il faut remarquer ici que la solution qui consiste à conjuguer la photocathode ou l'objectif O*b* avec un autre plan privilégié, par exemple celui de la pupille de sortie de l'interféromètre, ne présente aucun avantage supplémentaire et nous est apparue moins pratique à réaliser. Le montage est constitué par les éléments suivants : O_1 est une lentille mince de 80 mm de distance focale environ, O*b* est un objectif de bonne qualité dont la distance focale est du même ordre que celle de O_1 . O_1 et O*b* travaillent tous les deux au voisinage du grandissement 1. Ainsi, l'image de la source se trouve dans le plan focal image de O_1, qui est le plan focal objet de O*b*. L'ensemble (O_1 — O*b*) fonctionne en système afocal et la photocathode est éclairée en lumière parallèle, l'énergie recueillie étant encore proportionnelle à la transparence de (D).

2,4 **Systèmes cylindro-sphériques.**

Lorsque le domaine (D) est un rectangle de largeur réduite, la largeur utilisée de la photocathode reste faible pour un grandissement adapté à la hauteur de (D). L'introduction, dans le système collecteur, d'une lentille cylindrique convenablement placée, permet un étalement du conjugué de (D) suivant la direction choisie. Deux combinaisons ont été réalisées suivant la nature et les dimensions de la pupille étudiée (D).

A. — Dans une étude du spectre de granulation d'un cliché photographique, (D) était un rectangle de 4 mm de hauteur et de moins de 1 mm de large : un grandissement de 5 était suffisant suivant la plus grande dimension, mais ne convenait pas suivant l'autre direction. Un montage du type (C), décrit au paragraphe précédent, fut adopté : la lentille L était remplacée par un objectif de 40 mm de distance focale et O*b* était une lentille cylindrique de 40 mm disposée parallèlement à la fente-rectangle (D), de telle façon que la lumière soit étalée suivant sa focale dans le plan de la photocathode, perpendiculairement à (D).

B. — Un système collecteur où les différents éléments sont centrés, fixés l'un par rapport à l'autre une fois pour toutes, est souhaitable. D'autre part, il est nécessaire de pouvoir étaler la lumière suivant l'une ou l'autre direction. Il faut, en outre, être à même de passer facilement d'une optique cylindrique [cas où (D) est un rectangle étroit] à une optique sphérique, afin d'assortir la surface utilisée sur le récepteur à celle de (D).

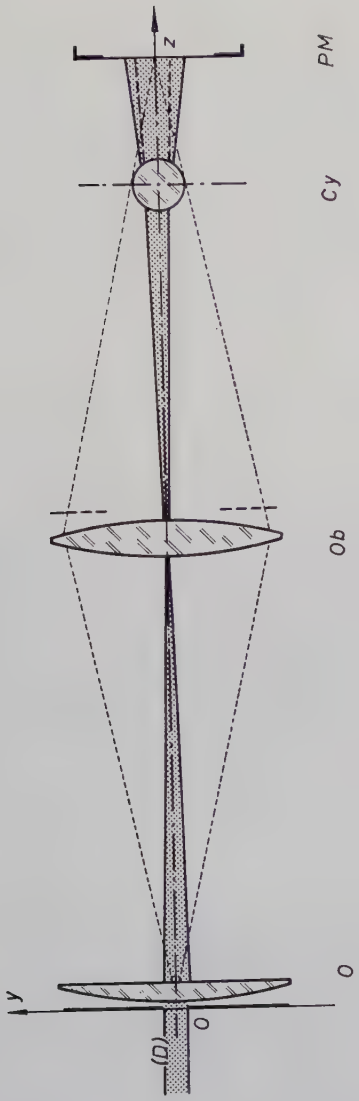
La lentille disposée dans le plan de (D) joue toujours le rôle de lentille d'ouverture et le diaphragme d'ouverture est la pupille (D) elle-même; ainsi, dans les dispositifs étudiés jusqu'ici, le diaphragme de champ est la monture de l'objectif O*b* dont le rôle est de produire sur la photocathode une région d'éclairement homogène, sinon uniforme. Lorsque O*b* est une lentille cylindrique, les déplacements de l'image sur la surface sensible resteront toujours faibles. De plus, dans la formation de cette image de (D) (focale pour O*b* cylindrique), il n'y a aucune nécessité de satisfaire à un stigmatisme rigoureux. Ceci permet une certaine souplesse au montage, en particulier :

— pour des ouvertures numériques raisonnables, les éléments O_1 et O*b* seront des lentilles simples;

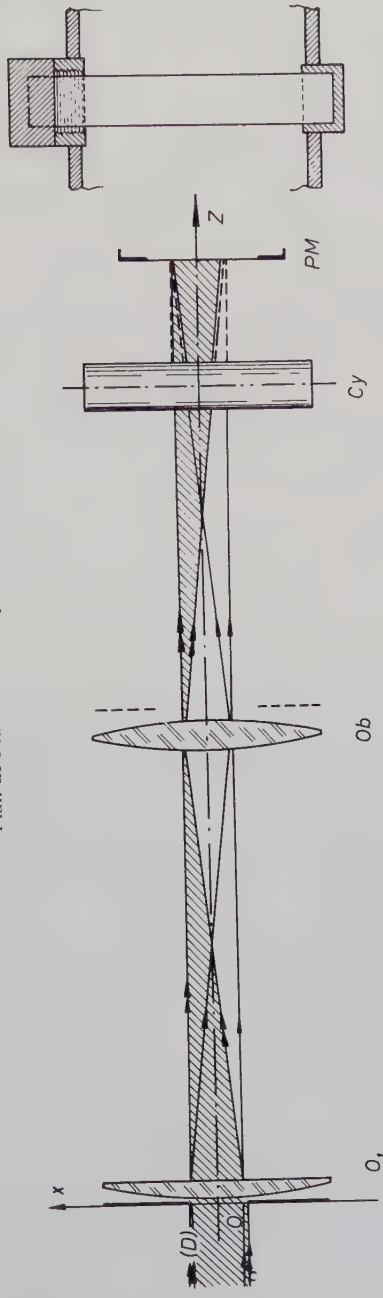
— la lentille cylindrique, C*y*, destinée à étaler l'énergie pour (D) rectangulaire étroit, sera simplement une lentille additionnelle. Elle pourra être amovible, sans changement sensible pour la géométrie des rayons moyens, lorsque cette géométrie aura été préalablement calculée pour O_1 et O*b*.

Examinons comment se présente la situation dans les conditions de la figure. Les dimensions de l'ensemble O_1-O*b*-C*y* ont été réduites en choisissant pour C*y* une tige de verre homogène correctement calibrée ($\varnothing = 8{,}5$ mm). O_1 est un ménisque plan convexe ($\varnothing = 40{,}5$ mm, $f_{o_1} \sim 156$ mm), O*b* est un ménisque biconvexe ($\varnothing = 39{,}7$ mm, $f_{ob} \sim 82$ mm). La *figure* 28 a été tracée à l'échelle $\frac{1}{2}$ suivant l'axe optique O*z* et à l'échelle 1 (valeurs relatives) dans les deux autres directions, horizontale O*x* et verticale O*z* [*en haut :* section suivant le plan vertical (O*y*, O*z*); *en bas :* section suivant le plan horizontal (O*x*, O*z*)]. On a supposé que (D) était un rectangle de dimensions X = 10 mm, Y = 5 mm. L'axe de C*y* est parallèle à O*x*. Le balayage des franges d'interférence a lieu dans le plan horizontal : lorsque le faisceau passe de la position (1) à la position (2), O*b* ne produit aucun décalage du faisceau, mais la lentille C*y* joue le rôle d'une lame à faces parallèles suivant cette direction. Tout se passe comme si l'on avait un défaut de mise au point en avant de la surface sensible, ce qui ne porte pas à conséquence puisqu'on cherche à recueillir un flux total. Maintenant, dans le plan vertical (O*y*, O*z*), on peut calculer la position favorable de C*y* qui permet de faire coïncider la focale avec le plan de la surface sensible. En fait, on a déterminé la position de C*y* donnant, dans ce plan, un faisceau de section à peu près carrée pour les données expérimentales précédentes [un domaine (D) de dimensions 20 × 10 mm conduirait ainsi à un faisceau de section 20 × 20 mm, couvrant donc la plus grande partie de la photocathode]. Pour (D) de plus grandes dimensions, la lentille C*y* est escamotable : on la retire de son logement, où elle pourra reprendre sa position parfaitement déterminée mécaniquement.

Remarquons qu'indépendamment de ses qualités optiques, ce dispositif permet de centrer rapidement le PM suivant l'axe principal miroir M-centre de (D) : un épaulement dans l'extrémité du côté PM, destiné à s'emboîter dans la fenêtre de protection de la photocathode, assure le centrage.



Plan de l'obturateur diaphragme iris



Détail du montage de Cy
(Coupe suivant Ox, Oz)

Fig. 28

3 LE RÉCEPTEUR MESURE DU COURANT PHOTO-ÉLECTRIQUE

3,1 Le photomultiplicateur et son alimentation.

Il s'agit d'une cellule à vingt étages du type Lallemand. La haute tension stabilisée est fournie par une unité CRC alimentée par le secteur. Les fluctuations importantes du courant industriel sont réduites au moyen d'un régulateur de tension Dynatra placé entre le secteur et l'alimentation HT. La tension réglable appliquée aux bornes de la chaîne de résistances disposées entre la photocathode et la dernière dynode, de l'ordre de 2 000 V, est alors effectivement stabilisée autour de 0,1 %.

Le diviseur de tension est constitué par une série de résistances de 200 kΩ (± 5 %), chacune de ces résistances étant connectée entre deux dynodes; la différence de potentiel entre un étage et le suivant est ainsi 100 V environ. Un montage identique a déjà été décrit [T.L.]. Il y a lieu de limiter cette tension afin de réduire le bruit de cellule; néanmoins, la valeur effective à adopter peut varier d'une étude à l'autre en fonction du signal anodique désiré : nous allons voir qu'il existe, pour nos mesures, un ordre de grandeur optimal du courant de sortie du PM et le flux lumineux qui atteint la photocathode ne peut pas, dans tous les cas, être ajusté de façon quelconque. Dans chaque mesure, on examine le niveau du bruit à l'oscilloscope.

Limitation due au bruit du PM.

Le courant d'obscurité du PM reste sensiblement constant au cours d'une mesure et n'introduit pratiquement aucune perturbation. Les fluctuations dues à l'effet grenaille sont alors les seules limitations dans l'évaluation du signal de sortie du PM, c'est-à-dire, finalement, des variations de la fonction flux lumineux Φ si le dispositif de mesure est suffisamment sensible et relié directement au PM sans impédance d'entrée importante : le galvanomètre présente cet avantage, en particulier dans le domaine d'utilisation que nous allons préciser.

La formule de Schottky appliquée au PM [10] donne le carré moyen des fluctuations à la sortie du PM, pour un courant de photocathode I_0 et un intervalle de fréquence Δf :

$$i^2 = 2\,e\,I_0 \,.\, \Delta f \,.\, M^2;$$

M est le coefficient de multiplication de la cellule et e la charge négative de l'électron. Si l'on travaille dans les conditions de linéarité du PM, le courant de photocathode est proportionnel au flux. Il en est de même du courant de sortie $I = MI_0$ dont les variations correspondent à celles du flux : si ΔI représente la variation maximale du courant de sortie, on peut écrire :

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Phi_{max} - \Phi_{min}}{\Phi_{max} + \Phi_{min}};$$

cette quantité est la mesure de la visibilité V de la fonction flux.

Les valeurs lues sur le galvanomètre n'ont de sens que si le rapport signal/bruit est très supérieur à l'unité. Supposons, à la limite, que ΔI soit de même ordre de grandeur

que le bruit : cherchons alors le courant minimal, I_m, qu'il faudra faire sortir du PM pour que les mesures soient valables. Cette valeur nous renseignera non seulement sur le type de galvanomètre à adopter lorsqu'on veut le relier directement au PM, mais aussi sur les variations détectables de V autour d'une valeur donnée pour un flux donné : écrivons donc cette condition limite en fonction de V :

$$\Delta I = (i^2)^{1/2} = (2\, e\, I_m\, M\, \Delta f)^{1/2} = 2\, I_m\, V,$$

soit :

$$I_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{e M \Delta f}{V^2}.$$

Prenons un exemple numérique : si l'on cherche à déterminer, dans le spectre d'une pupille, l'importance d'une fréquence dont l'amplitude serait environ 1/100 de l'amplitude de la fréquence la plus importante, on aura à mesurer une visibilité $V = 0{,}01$. D'autre part, prenons Δf de l'ordre de l'unité (en réalité, le galvanomètre employé reproduit, mais avec un affaiblissement évidemment important, des oscillations de 6 à 8 Hz) et $M \sim 20 \cdot 10^6$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; on en déduit :

$$I_m = 16 \cdot 10^{-9}\ A;$$

l'amplitude instantanée des fluctuations est alors $32 \cdot 10^{-11}$ A. Le galvanomètre permet d'apprécier $0{,}6 \cdot 10^{-9}$ A : on n'est donc pas très loin de la région où le bruit devient gênant.

Supposons maintenant que la variation $(\Delta I)_{min}$ repérable sur l'échelle soit évaluée : $\Delta I = 0{,}6 \cdot 10^{-9}$ A. On peut se demander quelle devra être la visibilité V pour un rapport (signal/bruit) fixé à l'avance. Dans l'expression de i^2, remplaçons I par $\frac{\Delta I}{2V}$ et faisons le rapport $\left(\frac{S}{B}\right)^2$:

$$\left(\frac{S}{B}\right)^2 = \frac{(\Delta I)^2}{i^2} = \frac{V \cdot \Delta I}{e\, \Delta f \cdot M};$$

il vient :

$$V = \frac{e\, \Delta f \cdot M \left(\frac{S}{B}\right)^2}{\Delta I},$$

soit $\left(\frac{S}{B}\right) \sim 10$, ce qui correspondrait, *grosso modo*, à une incertitude de l'ordre de 10 % : il faudrait alors que l'importance relative de la fréquence considérée du spectre soit 0,53.

Il y a donc avantage à travailler au voisinage de I compris entre $I_m = 10^{-8}$ et $I_M = 10^{-6}$ A, la réponse du PM n'étant plus linéaire en fonction du flux reçu par la photocathode lorsque le courant de sortie excède cette dernière valeur. Remarquons que cet intervalle est tout à fait confortable et sera suffisant, sans amplification, dans la plupart des analyses : on ajustera le flux (en réglant la fente d'entrée du collimateur de l'interféromètre dans les limites permises par les valeurs correspondantes du contraste des franges) autour de sa valeur maximale, de telle façon que I_M soit de l'ordre du microampère; il est rare que l'on cherche à chiffrer des densités de fréquence inférieures à 1 %.

3,2 Enregistrement direct du courant de sortie du PM.

Lorsque l'amplitude du signal est suffisante, il est avantageux de travailler avec un galvanomètre sensible placé immédiatement à la sortie d'anode du PM. On évite ainsi les fluctuations dues à l'impédance d'entrée de l'ensemble amplificateur-enregistreur (1). Cette façon de procéder est d'autant plus pratique que la période de variation du flux lumineux, c'est-à-dire aussi du courant de PM, est voisine de la seconde. Le spot du galvanomètre entraîne alors le dispositif inscripteur d'un appareil suiveur de spot Sefram.

Lorsque la fréquence de variation du flux augmente, les possibilités d'enregistrement sont surtout limitées par l'amortissement du galvanomètre dont il faudrait alors réduire au maximum la résistance extérieure, en série avec le PM : celui-ci se trouverait pratiquement en court-circuit.

3,3 Examen du signal à l'oscilloscope.

Lorsque le galvanomètre n'est pas directement utilisable dans les conditions précédentes, l'oscilloscope fournit un moyen de mesure qui, s'il n'est pas très précis, est très rapide et bien adapté au signal de sortie du PM. L'impédance de celui-ci étant très élevée, le courant anodique doit être appliqué sur une résistance de charge, elle-même élevée. On utilise un oscilloscope CRC (0C422C) à grand écran rémanent ($\varnothing = 18$ cm), dont l'impédance d'entrée est de l'ordre de 1 MΩ. Quelle que soit la vitesse de translation du système de franges d'interférence dans le plan de la pupille analysée, c'est-à-dire encore du signal de sortie du PM, les variations de la fonction flux peuvent être ainsi examinées. Sur les plaques Y de l'oscilloscope, les tensions appliquées restent proportionnelles aux flux recueillis par la photocathode. Le balayage du spot étant une fonction linéaire du temps, on peut relier la fréquence (temporelle) de balayage, à la fréquence (spatiale) du signal optique (franges d'interférence). Établissons la relation simple qui existe entre ces fréquences de natures différentes.

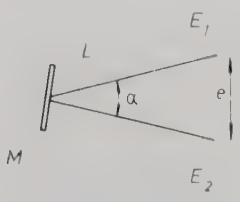


Fig. 29

Le mouvement de va-et-vient du miroir M qui déplace le système de franges est obtenu au moyen d'un moteur synchrone tournant à la vitesse n tr/mn, par l'intermédiaire d'un levier de longueur L dont l'extrémité E est solidaire d'une came entraînée par le moteur.

Lorsque l'extrémité du levier passe d'une position extrême à l'autre ($E_1 E_2 = e$), le rayon réfléchi sur le miroir tourne de 2α et, dans le plan d'utilisation du système de franges, à la distance l de M, le déplacement des franges est $d = 2 \frac{e}{L} l$ (*fig.* 29). D'autre part, si un tour de la came produit un aller-retour de E et nécessite n' rotations du moteur d'entraînement, le déplacement d est effectué au bout du temps $t = \frac{1}{2} n' \frac{60}{n}$ s.

(1) Une amplification convenable du signal est obtenue en appliquant celui-ci aux bornes d'une résistance importante, la tension développée étant ensuite amplifiée. Mais, à cette tension, s'ajoute alors une force électromotrice d'agitation thermique (effet Johnson) dont l'effet sera du même ordre que les variations dues au signal.

Si, enfin, le système de franges comporte N franges par millimètre, on peut écrire que pendant le temps $t = 30\,\frac{n'}{n}$, il est passé N d franges en un point donné. Soit, par seconde :

$$f = \frac{n}{30\,n'}\,\mathrm{N}\,d \text{ franges.}$$

Les valeurs expérimentales ($n = 60$ tr/mn, $n' = 31$) conduisent à la relation entre la fréquence analysée N, et la fréquence, f, du signal sur l'écran de l'oscilloscope (1) :

$$f = 0{,}825\ \mathrm{N}.$$

Les propriétés de rémanence de l'écran permettent, en particulier aux basses fréquences, de déterminer, en même temps, la fréquence analysée dans la pupille, N, et le facteur de transfert de contraste de la pupille. Pour une période de balayage T de l'oscilloscope, un nombre N_f de franges se dessinent d'une extrémité à l'autre de l'écran, donc :

$$f = \frac{\mathrm{N}_f}{\mathrm{T}},$$

et :

$$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{N}_f}{0{,}825\ \mathrm{T}}.$$

Le facteur de transfert de contraste de la pupille est multiplié par la réponse du système électronique, mais le domaine de fréquences étant toujours réduit, on peut estimer que la réponse du système de mesure reste à peu près constante et la courbe représentant la visibilité de la fonction flux fournit, pour chaque valeur de N, la valeur relative correspondante pour la pupille.

Cette technique est rapide et s'adapte, comme nous l'avons vu, aux mesures de distorsion de phase introduite par une pupille à transparence variable (cliché photographique). Nous l'illustrons ici par l'oscillogramme de la *figure* 30; il représente la répartition d'intensité dans les franges produites par l'interféromètre de Michelson éclairé par une onde plane issue d'une fente large illuminée par une lampe à incandescence. La durée de balayage sur l'écran de l'oscilloscope était de 10 s, la photographie a été prise sur film ordinaire grain fin.

Réalisation d'un filtre passe-bas.

Lorsque l'appareil de mesure est un galvanomètre, les fluctuations du signal dues au bruit — terme utilisé ici dans son sens le plus général — peuvent être fortement réduites, même dans le cas d'un galvanomètre peu amorti et à faible période propre : il suffit de placer une capacité convenable entre les bornes. L'oscilloscope est utilisé, lui, pour les fréquences basses mais qui peuvent, malgré tout, atteindre 30 cycles/s. Aussi, mises à part les décharges sporadiques et les parasites donnant des signaux étrangers,

(1) Nous disposions d'une série de moteurs synchrones semblables tournant à des vitesses n différentes : il était donc possible de modifier la constante $\frac{n\,d}{30\,n'}$ suivant la gamme N analysée.

une cause très importante d'erreur est due au signal de fréquence 50 Hz, recueilli par effet d'antenne dans les différents éléments. Les blindages des conducteurs, du diviseur de tension, du PM, etc., n'évitent pas l'influence de cette fréquence qu'il y a donc lieu d'éliminer. Pour ce faire, nous avons cherché à réaliser un filtre simple dont la courbe de réponse fût la plus plate possible jusqu'aux valeurs les plus proches possibles de 50 Hz.

Les filtres construits sont des quadripôles linéaires passifs, c'est-à-dire constitués par des selfs, résistances et capacités (*fig.* 31). Les relations classiques entre les impédances et les capacités ont conduit à différents types de circuits : quelques courbes de réponse ont été reproduites, elles donnent, en fonction de la fréquence du signal électrique, la valeur du rapport de la tension de sortie à la tension d'entrée dans le filtre. La tension d'entrée, fournie par un générateur basse fréquence, était réglée, pour chaque fréquence,

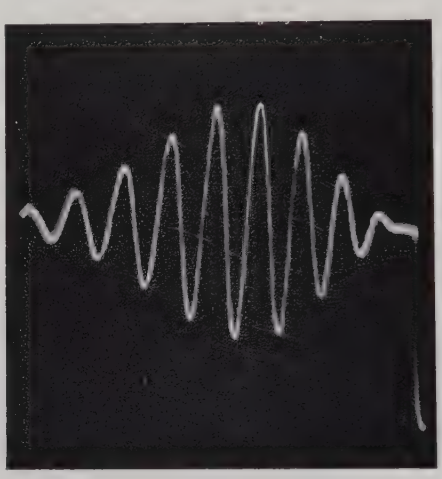


Fig. 30

à une valeur du même ordre que celle pour laquelle le filtre était destiné. La tension de sortie était contrôlée à l'oscilloscope.

Il y a lieu de faire ici un certain nombre de remarques :

a) l'impédance itérative Z_0 (valeur de l'impédance qui n'apporte aucune modification, que l'on intercale ou non le filtre entre le PM et Z_0) est théoriquement infinie pour un filtre en π. Ce type de filtre serait donc ici plus intéressant que le filtre en T si on le ferme sur l'impédance élevée de l'oscilloscope. Néanmoins, avec le matériel dont nous disposions, les filtres en T présentaient des courbes plus utilisables pour nos fréquences de travail (pour chaque type de filtre, les différentes courbes correspondent à des éléments de valeurs différentes dans le circuit);

b) l'amélioration du filtrage, lorsqu'on augmente le nombre de cellules, est beaucoup plus net dans les circuits en T que dans les circuits en π;

c) le circuit finalement adopté (courbe en trait plus épais) est un filtre en π à deux cellules complexes. Les éléments utilisés ont pour valeurs nominales : $C_1 = 0{,}6\ \mu F$; $C_2 = 0{,}97\ \mu F$; $C_3 = 0{,}37\ \mu F$; $c_1 = 0{,}5\ \mu F$; $c_2 = 0{,}25\ \mu F$; $R_1 = 1{,}8\ k\Omega$; $R_2 = 3\ k\Omega$; $R = 270\ k\Omega$; $L_1 = L'_1 = 1$ Hz; $L_2 = 20$ Hz;

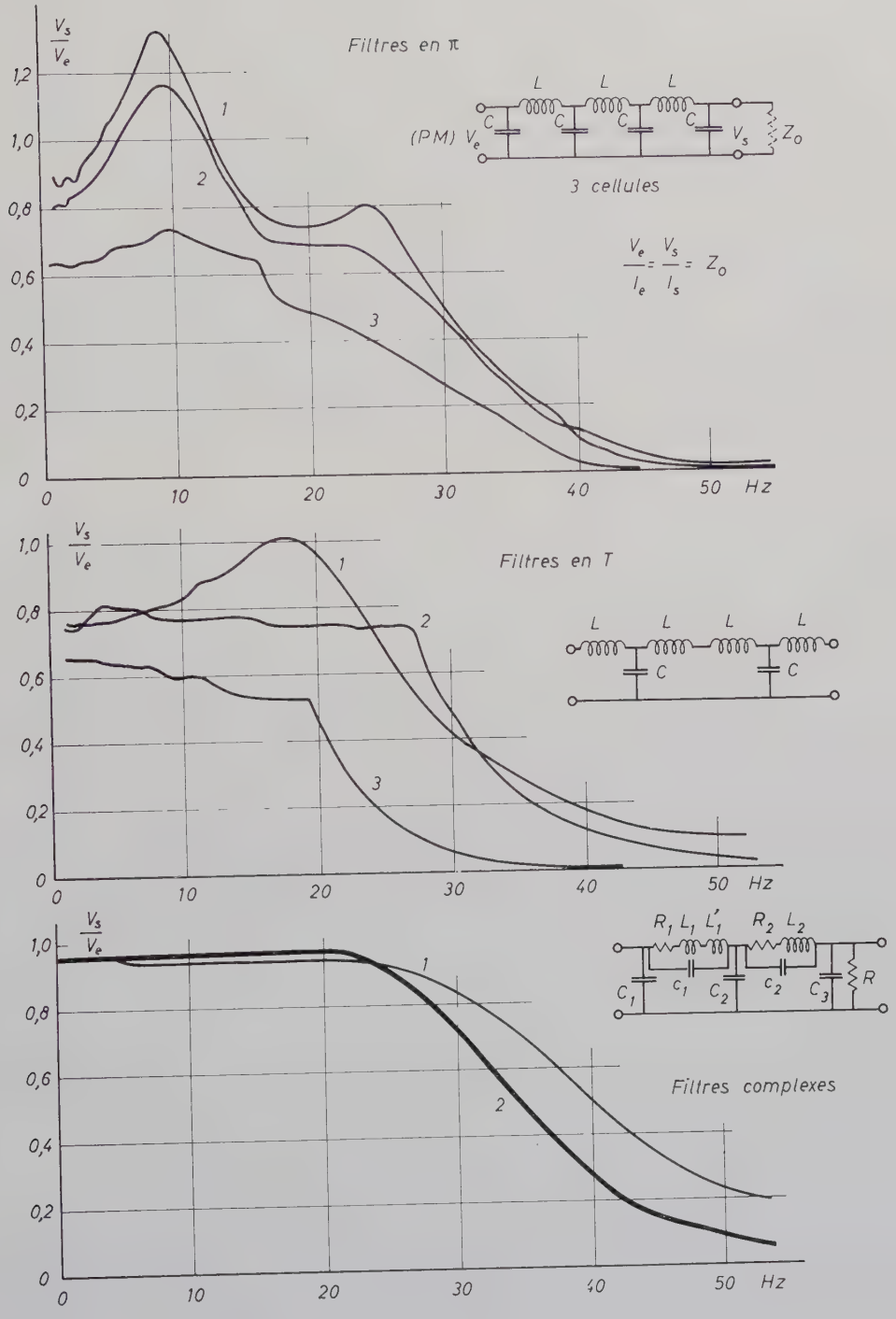

Vs/Ve
Filtres en π
(PM) Ve
L L L
C C C C
Vs
Zo
3 cellules
Ve/Ie = Vs/Is = Zo
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
1
2
3
0 10 20 30 40 50 Hz
Filtres en T
L L L L
C C
R1 L1 L'1 R2 L2
C1 c1 C2 c2 C3 R
Filtres complexes

Fig. 31

d) l'efficacité du filtre, qui a cependant été blindé — au moins en partie —, dépend de son orientation dans l'espace : on assiste à un véritable phénomène de radiogoniométrie. Les jonctions sont, dans tous les cas, raccourcies au minimum et le filtre disposé au minimum de l'effet en question. Pour des fréquences N allant jusqu'à 25 mm^{-1} la relation établie au début de ce paragraphe donne $f \sim 20$ Hz. Dans toute cette région, les variations de tension de sortie fournie par le filtre choisi restent de l'ordre de 1 ‰, les perturbations dues à la fréquence 50 Hz sont réduites à 10 % environ.

3,4 **Amplification du courant du PM.**

Elle a été quelquefois nécessaire lorsque, pour une pupille donnée d'opacité relativement élevée, il n'était pas possible de rendre les franges P (x) plus lumineuses sans en réduire le contraste de façon prohibitive. Deux amplificateurs ont été employés. Il y a toujours lieu, dans nos manipulations, d'amplifier un signal de forme sinusoïdale à très basse fréquence; on a donc affaire à des amplificateurs du type continu.

3,41 Amplification par tubes électromètres.

Ce montage a déjà été décrit dans son détail [T.L.]. Il comportait essentiellement deux penthodes disposées en compensation de telle façon que la tension réglable, appliquée sur la grille de la seconde, soit utilisable comme niveau de référence, ce qui permettait de réduire la composante continue du courant de PM. Si ce n'était la stabilité des lampes électromètres, souvent délicate à réaliser, cet arrangement serait très avantageux : le courant de grille est toujours négligeable devant le signal fourni par le PM. Dans nos conditions, il permettait une amplification linéaire dans une gamme assez étendue de flux lumineux, pour un gain voisin de 10^3.

3,42 Amplificateur continu classique.

Quelques modifications sur un appareil courant ont permis d'effectuer un certain nombre de mesures. Il s'agit d'un montage symétrique à trois étages dont on a vérifié la linéarité pour un gain de 300. Puisqu'il n'est pas possible de faire débiter le PM sur une résistance de charge très grande, le courant de grille de la première lampe serait alors de même ordre de grandeur que le signal et il y aurait blocage de l'amplificateur (il se produit déjà pour $R = 2{,}2 \cdot 10^7\ \Omega$). On peut se contenter d'utiliser la chaîne de l'atténuateur comme résistance variable d'entrée. Une tension donnée par une pile auxiliaire permet l'ajustement à la valeur moyenne du signal. Le courant de sortie est envoyé sur un galvanomètre.

3,5 **Détection du signal de PM au moyen d'un analyseur de fréquences.**

Le miroir M, qui effectue la translation en va-et-vient des franges P (x) dans le plan de (D), ne permet pas de travailler couramment dans le domaine d'un amplificateur de tensions alternatives, les fréquences de signal anodique venant du PM sont toujours bien inférieures à 50 Hz. Une méthode, qui transpose en alternatif la mesure de variations de flux transmis par (D), consiste à faire tourner rapidement un miroir en avant de (D) : les fréquences composantes du signal de PM pourront être alors séparées au moyen

de l'analyseur de fréquences L.E.A. (cf. chap. VI, § 3). La vitesse du miroir tournant est réglée de telle façon que les fréquences utiles se trouvent comprises dans la gamme couverte par l'analyseur. L'impédance du circuit d'entrée de celui-ci étant de 10 000 Ω, un transformateur d'impédances doit nécessairement être disposé à la suite du PM, qu'on utilise un amplificateur ou non.

Le cathodyne est constitué par deux lampes 12 AT 7 montées en sorties symétriques. La compensation de la composante continue est ici effectuée par une tension fixe, dérivée de la HT, et réglable par potentiomètre. Le signal est alors envoyé directement à l'entrée de l'analyseur : le balayage d'une gamme de fréquences donnée, au moyen d'une commande manuelle ou automatique, permet de déterminer les composantes du spectre du signal et leurs amplitudes sur l'écran de l'oscilloscope incorporé.

Chapitre IV

ÉCLAIREMENT DANS LE PLAN DE LA PUPILLE D'ENTRÉE DE L'INTERFÉROMÈTRE

ÉTUDE DU FAISCEAU INCIDENT

1 INTRODUCTION

Les considérations relatives à l'intensité moyenne du faisceau à la sortie du dispositif interférométrique conduisent à rechercher les conditions d'éclairage qui permettent d'obtenir, sur la pupille d'entrée de l'interféromètre, un faisceau homogène dont l'intensité est pratiquement la même en chaque point de cette pupille. La section méridienne du faisceau parallèle tombant sur la séparatrice de l'interféromètre permet, de toute façon, de déterminer la fonction de modulation de la courbe d'intensité moyenne des franges d'interférence — ceci, pour un plan quelconque situé après l'interféromètre. Mais, bien qu'il soit donc toujours possible de tenir compte de cette modulation, il est souhaitable de la réduire au minimum si l'on veut éviter l'introduction de plusieurs paramètres dans la fonction Φ du flux transmis par la pupille analysée, c'est-à-dire, finalement, un dépouillement ardu des résultats.

Les calculs effectués sur la fonction de franges, P (x), impliquent que la répartition sinusoïdale d'énergie ne dépend que de x : les franges sont verticales, utilisées sur une hauteur qui représente le cinquième environ du diamètre du faisceau. Par conséquent, l'étude d'une seule section méridienne, horizontale, au moyen d'une fente verticale fine de hauteur comparable à celle du domaine (D), sera suffisante (1).

Les éléments du système d'éclairage sont disposés de la façon suivante (*fig.* 32) : la fente d'entrée, F_s, d'un premier collimateur C_1, est éclairée par une lampe à vapeur de mercure. Le faisceau parallèle issu de ce collimateur traverse le monochromateur polarisant, MP, qui renvoie le rayon moyen à 90° de la direction incidente. Un objectif, Om, donne, dans le plan d'une fente F'_s, les deux spectres du mercure polarisés à 90°. L'image réduite de cette fente est projetée sur la fente F du collimateur C fournissant le faisceau incident à l'entrée de l'interféromètre.

(1) L'ensemble du système travaille au grandissement 1 : on pourra toujours trouver facilement le conjugué d'un élément de (D) suivant l'axe des y (bande verticale étroite) à travers le dispositif interférométrique, en particulier en avant de la séparatrice de l'interféromètre.

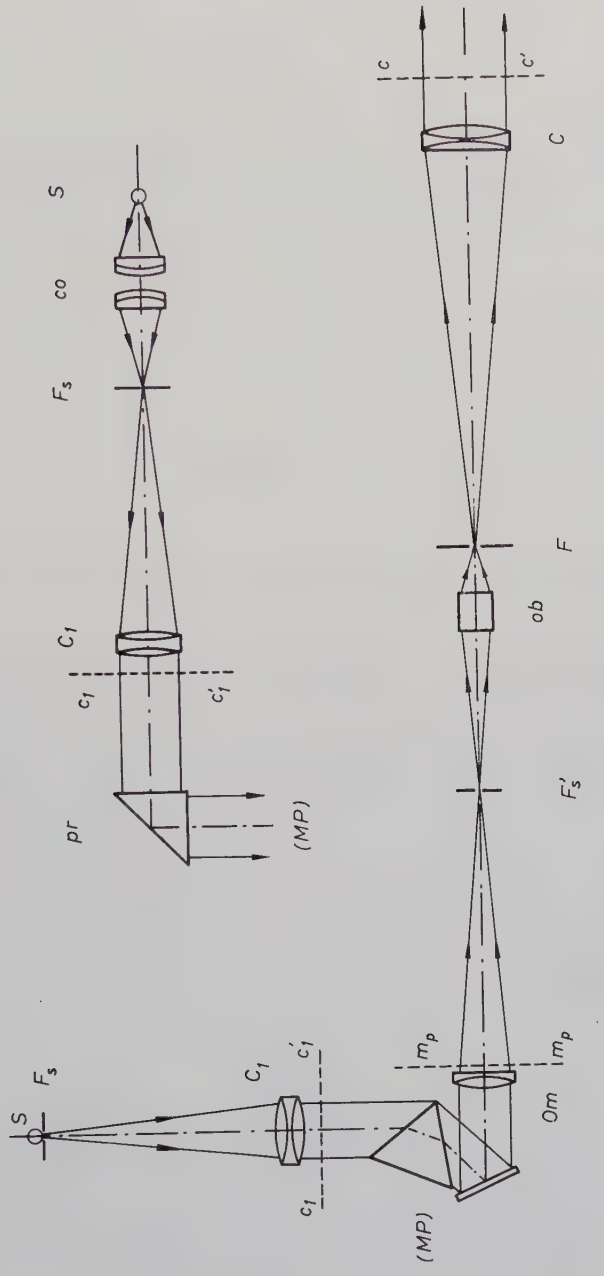


Fig. 32

2 LA SOURCE LUMINEUSE

2,1 Conditions d'éclairage.

La nécessité d'obtenir des franges relativement brillantes, tout au moins dans les premières expériences, impliquait l'emploi d'une source à luminance élevée (1). Parmi les différents types de lampes utilisées, nous avons eu, un temps, recours à une lampe à vapeur de mercure à surpression, refroidie par circulation d'eau. L'interféromètre travaillant toujours au voisinage de la différence de marche zéro, l'élargissement de la raie verte était encore tolérable, mais bon nombre d'avantages du système interférométrique disparaissaient (la condition de cohérence chromatique, en particulier, n'avait plus de sens). Il en est de même pour une lampe à incandescence puissante : réaliser une bande spectrale suffisamment étroite entraîne une perte de lumière prohibitive. On a choisi, finalement, un tube à décharge dans la vapeur de mercure (lampe Philips haute ou moyenne pression); la luminance de la source est donc imposée et le système d'éclairage doit alors remplir plusieurs conditions :

a) quantité de lumière rassemblée sur la fente située au foyer de la dernière lentille collimatrice aussi grande que possible;

b) réalisation d'une répartition uniforme de flux dans le plan de la pupille d'entrée de l'interféromètre (homogénéité du faisceau incident);

c) stabilité de la source, c'est-à-dire intensité constante dans le temps.

Les deux premières de ces conditions feront l'objet de compromis expérimentaux décrits dans les paragraphes qui suivent. Nous avons déjà rendu compte d'un certain nombre de détails relatifs à la question de stabilité des sources [T.L.]. Nous ne rappellerons donc ici que les résultats essentiels et ce à quoi ils nous ont amenés.

2,2 Stabilité des sources.

L'une des causes les plus importantes de l'instabilité des sources est liée à l'alimentation. Ce n'est pas la seule. L'effet habituel de ces fluctuations sur la fonction flux est celui représenté dans les enregistrements de la *figure* 33.

De l'étude systématique des effets dus aux fluctuations de la lampe source [T.L.], nous retirerons l'aspect curieux de la *figure* 34 (*a*). Il s'agit évidemment de l'un des cas extrêmes que nous avons observés (les variations de tension du secteur atteignaient 17 % à l'époque des mesures) : ce sont des franges produites par un interféromètre de Michelson et explorées au moyen d'une fente fine. Au cours de la manipulation, chaque élément était mécaniquement stable (aucune vibration perturbatrice). Le dispositif d'exploration, à détection quadratique, était animé d'un mouvement lent (1 période/1,5 s). Seules, les fluctuations de fréquences relativement basses sont décelées. Aucune répétition périodique de fluctuation n'apparaît au premier examen de cette courbe.

(1) La fréquence de la distribution P (*x*) était évaluée au moyen d'un microscope recueillant une partie déviée du faisceau. Il fallait donc que les franges soient suffisamment visibles pour être comptées et pointées avec une précision convenable.

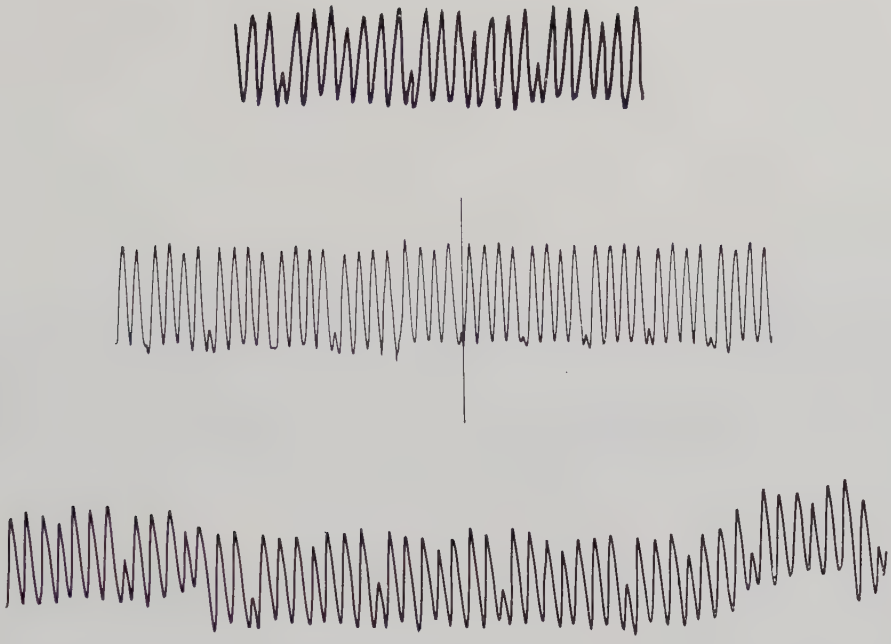


Fig. 33. — Fluctuations de la source à différents moments : effet sur la fonction flux

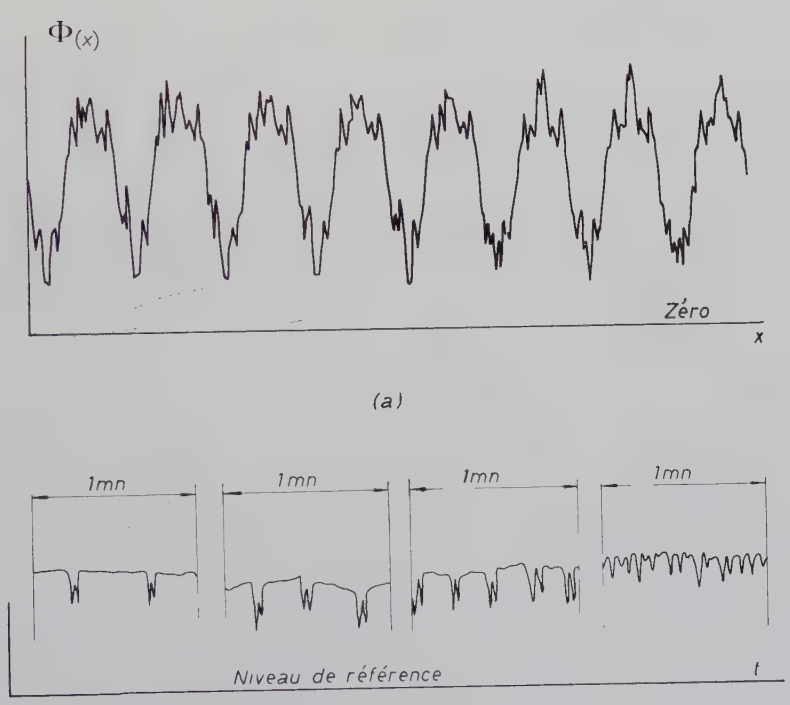


Fig. 34

Tout autre est l'aspect des variations de flux à certains jours. Ces variations ne sont pas repérables par une reproductibilité à dates fixes. On se plaçait dans une direction donnée du flux incident (par exemple, à la sortie du collimateur) : chacun des enregistrements, de durée une minute, était espacé de quelques minutes du suivant [*fig.* 34 (*b*)]; les à-coups se ressemblent, mais leur période n'est pas constante et leur ressemblance ne se retrouve pas nécessairement d'un jour à l'autre. On pouvait alors rechercher les causes immédiates provenant du secteur (dispositifs minutés, machines, etc.) : à différentes dates et à plusieurs moments de la journée, on a donc enregistré les « paramètres » suivants : flux lumineux émis par la lampe source, tension du secteur, tension aux bornes de la source, intensité du courant traversant la lampe. Aucune corrélation n'apparaît évidente entre les fluctuations de ces différentes grandeurs. Il semble qu'on puisse dire qu'on a affaire à des bruits stochastiques. Les essais ont été poursuivis non seulement sur lampe à vapeur de mercure, mais également sur lampes à filament de tungstène alimentées en alternatif 110 V, en basse tension alternative ou continue. Schématisons les conclusions pratiques pour une lampe à vapeur de mercure haute pression (15 atm, type Philips HP 300) :

— les brusques sauts, tels qu'ils apparaissent en (*b*), semblent dus à des effets capacitifs du circuit lampe-autotransformateur. Ils devraient alors se reproduire périodiquement; en fait, il y a lieu de tenir compte des variations des caractéristiques élémentaires du circuit (par échauffement, par exemple) au cours du laps de temps écoulé entre le début de la première période d'une minute et la fin de la dernière période (une demi-heure environ);

— une lampe, alimentée à travers son accessoire par un courant de fréquence 1 600 Hz fourni par un générateur local, a fonctionné pendant 150 à 200 h; sa luminance est alors relativement constante pour l'exigence des mesures, soit 1 % environ;

— alimentée en 50 Hz industriel, même à travers un dispositif de régulation de la tension, une lampe est sujette à un autre type de fluctuations gênantes au cours des manipulations : l'instabilité de son arc. Habituellement, on projette sur la fente d'entrée une image agrandie de la colonne lumineuse, dont on ne découpe qu'une région au centre, mais alors il y a perte de lumière. Nous verrons comment éviter ces inconvénients;

— l'alimentation en courant continu d'une telle lampe peut présenter quelques avantages. On a fait fonctionner la lampe pendant plusieurs mois (quelques heures par jour) au moyen de quatorze éléments de 12 V : la tension d'allumage était de l'ordre de 165 V. Cet allumage s'avère difficile à travers une self interposée dans le circuit. L'intensité, forte au début (8-9 A), diminue assez rapidement et se stabilise, en général, au bout d'une minute (variable d'une lampe à une autre de même type) lorsqu'on ramène l'intensité vers 0,8-1,1 A, grâce à un potentiomètre en dérivation sur la batterie. Au sujet de l'allumage, il faut remarquer non seulement qu'il est dangereux pour la lampe (plus facile lorsque la source est une batterie d'accumulateurs que lorsqu'on se sert d'une génératrice), mais qu'il faut inverser la polarité d'un allumage à l'autre, et, au bout d'un certain nombre d'heures de fonctionnement, le tube en quartz, à l'intérieur duquel jaillit l'arc, se dépolit. Les « ondulations » de l'arc, déplacements brusques des régions brillantes d'une électrode vers l'autre, sont alors rendues moins visibles : la source « s'homogénéise », ce qui va de pair avec le but recherché. Notons aussi que certaines lampes se stabilisent mal, l'intensité reste élevée, de l'ordre de 1,5 à 2 A jusque vers la

tension d'extinction, d'ailleurs assez mal définie. Enfin, — l'essai a été reproduit plusieurs fois —, une lampe ayant auparavant fonctionné en alternatif est plus stable qu'une lampe neuve branchée directement en continu.

2,3 **Solutions proposées.**

2,31 Homogénéisation de la surface radiante.

a) *Prisme intégrateur.*

Au lieu de projeter l'image de la colonne lumineuse, plus ou moins fluctuante, sur une fente qui serait donc la source effective, nous avons interposé un prisme d'angle faible entre la lentille de projection et cette fente de telle façon que les rayons lumineux viennent converger à l'intérieur du prisme (*fig.* 35). Les faces perpendiculaires à l'axe du prisme sont parallèles à la fente. Ce prisme joue, par suite des réflexions internes multiples,

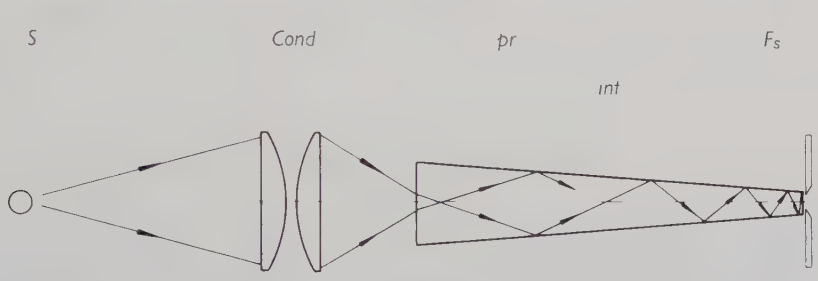


Fig. 35

le rôle de conducteur de lumière et intègre tout le flux recueilli par les différents points de sa face avant; la luminance de la face terminale reste donc à peu près uniforme et très élevée. On peut calculer l'ouverture optimale du cône de rayons arrivant sur le prisme et fournissant un maximum de luminance à la sortie placée contre la fente [T.L.] : il correspond à une ouverture importante du condenseur. On a déterminé également l'angle (quelques degrés) et la longueur du prisme (4 cm environ) en fonction de l'aire de la fente F_s et de l'ouverture de l'optique projetant la source. Le rendement du prisme intégrateur est amélioré en aluminant les parois. Notons, enfin, que le prisme devrait être remplacé par un tronc de cône lorsque, au lieu de la fente F_s, on dispose un trou au foyer de C_1 [11].

b) *Arc au foyer du premier collimateur.*

Dans la *figure* 32, on a représenté, d'une part, le système d'éclairage complet tel qu'il a été finalement réalisé, et en haut, à droite, le système conventionnel, d'ailleurs longtemps utilisé sous cette forme : le condenseur, *co*, donne, de la lampe source S, une image en F_s. Le faisceau issu de C_1 est replié à 90° vers le monochromateur MP au moyen du prisme à réflexion totale, *pr*. L'axe optique du système $S-F_s-C_1$ était donc parallèle à l'axe optique du dernier collimateur, F - C. Pour des raisons pratiques, cette disposition repliant deux fois le faisceau est assez commode. Néanmoins, il y a souvent avantage à réduire le nombre de réflexions et de dioptres traversés, en même temps que le nombre de points à placer sur un axe optique : c'est ce que nous avons fait.

La lampe source S, dont on n'a laissé que le tube de quartz contenant l'arc (1), est placée au contact de la fente F_s, de 35 mm de haut et 1 mm de large, qui découpe ainsi une région d'arc où les fluctuations dues aux condensations internes sont réduites. Il est facile de centrer parfaitement sur l'axe optique le cône de lumière issu de S, réglé au foyer de C_1 : on réalise ainsi une très belle et très sensible homogénéité du faisceau à la sortie de C_1 (voir § 4,4) et une fraction à peu près constante de l'énergie rayonnée par S se trouve toujours à l'intérieur du cône. Restent les fluctuations liées à l'alimentation.

2,32 Alimentation de la lampe.

On est revenu au courant du secteur. L'interposition d'un transformateur d'isolement (à enroulements séparés), réalisée pour un temps, régularisait quelque peu la tension du secteur, mais introduisait des distorsions et des parasites assez gênants, en particulier lorsque les mesures étaient effectuées à l'oscilloscope. Il semble que le stabilisateur de tension commercial, actuellement en service, soit à peu près satisfaisant lorsque les variations du secteur restent inférieures à 8 % et lorsqu'il travaille au voisinage de sa charge nominale d'utilisation.

3 LE MONOCHROMATEUR POLARISANT

3,1 Remarques préliminaires.

Les franges P (x) sont en lumière monochromatique polarisée. L'avantage en est leur contraste plus élevé sans ajouter de grandes difficultés au montage interférométrique classique en lumière naturelle. La séparatrice de l'interféromètre peut travailler en polariseur, mais il est préférable de faire arriver sur cette lame de la lumière préalablement polarisée. Voyons donc quelle doit être la direction de la vibration transportée par le faisceau à l'entrée de l'interféromètre.

La première lame, verticale, reçoit la lumière provenant du collimateur sous l'incidence brewstérienne. La vibration perpendiculaire au plan de polarisation, si elle existe, est seule réfléchie sur la face avant, tandis que la vibration parallèle à ce plan est transmise sans aucune réflexion sur cette face. (On verra que la réflexion sur la seconde face n'est plus sélective pour le faisceau : c'est la séparatrice proprement dite.) Il y a donc lieu de supprimer la vibration perpendiculaire au plan de polarisation (qui donnerait de la lumière parasite ou nécessiterait un traitement antireflet de certaines surfaces) et de conserver seulement la lumière qui vibre dans le plan d'incidence, c'est-à-dire dans le plan horizontal.

Comment produire la lumière polarisée en restant dans de bonnes conditions d'éclairement ? L'emploi de filtres colorés absorbants entraîne une perte de lumière importante. D'autre part, la solution consistant en un monochromateur ordinaire suivi d'un polariseur revient à peu près au même par le fait d'ajouter plusieurs surfaces; de

(1) La lampe est enfermée dans une boîte métallique à double paroi entre lesquelles se trouve ménagée une circulation d'air : les échanges de température se font régulièrement. D'autre part, la diffusion par l'enveloppe constituée par l'ampoule est supprimée. Des lampes ainsi séparées de l'ampoule sont en service depuis des années et se comportent toujours normalement.

plus, mises à part les feuilles de polaroïde, les dimensions des polariseurs habituels et courants dans les laboratoires sont faibles.

On a d'abord utilisé comme polariseur un prisme de Glazebrook traversé par la lumière à peu près parallèle et dont la raie verte avait été isolée au moyen d'un filtre complexe (Wratten 77 A + lame au chlorure de didyme). Le prisme, suivi d'une lentille simple de courte distance focale faisant converger la lumière en F_C, était disposé de telle façon que sa petite diagonale soit verticale; le plan de section principale est donc horizontal. Le vecteur lumineux étant polarisé dans le plan perpendiculaire au plan de section principale, la vibration transmise par le Glazebrook (rayon extraordinaire) est horizontale.

La partie utile du faisceau est réduite et l'intensité lumineuse reste faible du fait des absorptions lors de la traversée du filtre, puis du prisme. Le système suivant est finalement adopté.

3,2 **Polariseur à prisme de quartz.**

Le rôle du dispositif monochromateur sera double :

a) isoler la raie verte du mercure dans le plan de F'_s;

b) fournir une vibration rectiligne perpendiculaire à la fente F'_s.

L'onde plane donnée par l'objectif C_1 ($\varnothing \sim 73$ mm, ouvert à $f/6{,}3$) tombe sur la face d'entrée d'un prisme équilatéral de quartz dont l'axe est parallèle à l'arête (*fig.* 36). Indépendamment de la dispersion chromatique, la biréfringence du quartz est telle ($n_e = 1{,}55335$ et $n_0 = 1{,}54424$, pour la raie D du sodium) que les faisceaux ordinaire et extraordinaire émergents sont suffisamment écartés pour que les deux composantes rectilignes de la raie verte, polarisées perpendiculairement, soient séparées.

Détail du montage.

Le monochromateur polarisant est essentiellement constitué par un système à déviation constante du type Wadsworth. Le rayon incident moyen et l'émergent correspondant sont perpendiculaires. A la suite du prisme P*r*, orienté au minimum de déviation, le miroir *m* réfléchit le rayon moyen vers l'objectif O*m*. L'angle d'incidence sur *m* est égal à la moitié du complément de la déviation D_{min}, constante, de l'ordre de 42°, due au prisme P*r*. On en déduit facilement l'angle que fait le miroir *m* avec la bissectrice de l'angle au sommet du prisme : cet angle vaut 75°.

P*r* et *m* sont donc disposés sur une plate-forme *pt*, susceptible de tourner autour d'un axe vertical lorsqu'elle est poussée par la touche d'un palmer *p* appuyant sur une bille, auquel s'oppose un ressort de rappel non représenté sur le dessin. La seule valeur fixée à l'avance par construction est celle de l'angle de 75° dont il a été question. Le faisceau issu de C_1 est préalablement réglé orthogonalement à l'axe du collimateur final F - C au moyen d'une équerre optique auxiliaire; on amène ensuite la plate-forme *pt*, dont la base-support glisse le long du banc optique du collimateur F - C, dans une position telle que le faisceau venant de C_1 soit centré sur la face d'entrée du prisme. Il ne reste qu'à ajuster l'incidence sur cette face par rotation de *pt*, en respectant l'orthogonalité de l'incident et de l'émergent (angle d'incidence sur P*r* $\sim$ 51°).

Notons ici que les grandes dimensions du prisme Pr (70 × 70 mm) — pièce par ailleurs exceptionnelle, tant en homogénéité qu'au point de vue qualité des surfaces —, permettent une grande étendue géométrique du faisceau et une dispersion chromatique importante, c'est-à-dire que la bande spectrale susceptible d'être isolée pourra être très étroite.

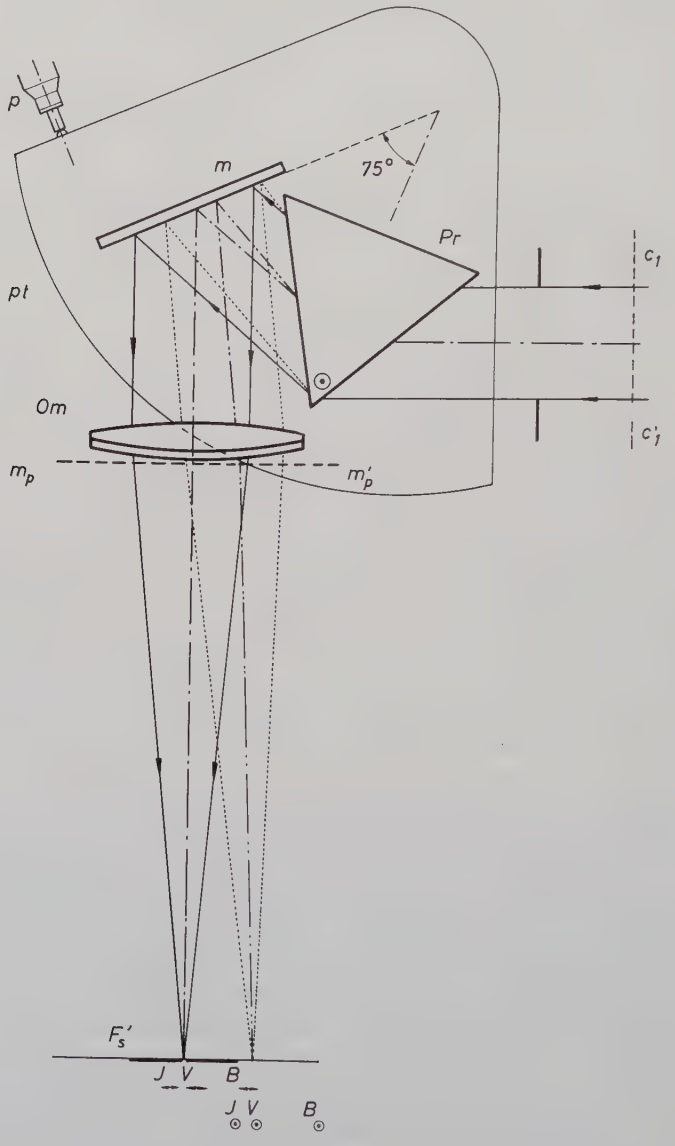


Fig. 36

Du point de vue polarisation, à la sortie du prisme de quartz le rayon ordinaire est moins dévié que le rayon extraordinaire. Ce rayon ordinaire est polarisé dans le plan de section principale défini par l'axe et la normale à la face d'entrée. La vibration ordinaire transmise sera donc horizontale : c'est la direction qui nous intéresse. Le rayon extraordinaire vibre dans un plan vertical, il suffira de l'éliminer.

L'objectif O*m*, au foyer duquel se trouve la fente F'_s, est fixé sur la même base que la plate-forme *pt*. Ses dimensions sont choisies ($\varnothing = 80$ mm, ouverture $\sim f/5{,}8$) afin que la distance entre les axes des raies jaune et verte soit de 1 mm environ dans le plan de F'_s; cette distance est de 5,5 mm entre les raies verte et bleu-violet. Par rotation de l'ensemble P*r* - *m* on peut amener les différentes longueurs d'onde sur la fente F'_s : les éléments du montage ont été disposés une fois pour toutes, de telle façon que lorsque la raie verte du faisceau ordinaire ($V_{\leftrightarrow}$) est sur F'_c, l'axe optique est confondu avec le rayon moyen. Les spectres correspondants aux faisceaux ordinaire et extraordinaire se chevauchent partiellement : la raie bleu-violet $B_{\leftrightarrow}$ se superpose à la raie jaune $J_{\leftrightarrow}$.

Les dimensions de la fente F_s sont définies en fonction de celles de F'_s. On a réglé la largeur de F'_s à 0,8 mm; la hauteur de la raie verte, image monochromatique et polarisée rectilignement, est 14 mm, sa largeur 1 mm. La courbure des raies est faible : suivant un axe perpendiculaire à la fente, dans le plan de celle-ci, l'écart entre le centre et les extrémités supérieure et inférieure de la raie est moindre que le quart de la largeur de raie. D'autre part, on est au minimum d'astigmatisme puisque la déviation du prisme est D_{min}.

Remarques.

1° L'expérience a montré qu'aucune conjugaison de pupilles n'était nécessaire. Il est très possible d'obtenir, à chaque stade du montage, un faisceau homogène d'intensité relativement constante suivant une section méridienne. En particulier, ceci n'impose pas à un diaphragme intermédiaire destiné à limiter le faisceau incident (permettant de réduire la lumière parasite) d'occuper une position déterminée par l'optique pupillaire.

2° Avant de poursuivre l'examen des différents éléments à travers lesquels chemine le faisceau, il est bon de rechercher les facteurs intervenant dans la qualité de ce faisceau et, pour ce faire, d'envisager les moyens qui en ont permis l'étude expérimentale systématique.

4 SECTIONS DU FAISCEAU PAR DIFFÉRENTS PLANS LE LONG DE L'AXE OPTIQUE

4,1 Exploration d'une section du faisceau. Matériel utilisé.

4,11 Exploration photo-électrique.

Une fente verticale fine qui se déplace perpendiculairement à la direction d'un faisceau est traversée par des flux proportionnels à l'intensité en chaque point de ce faisceau, dans la direction donnée. On enregistre les déviations d'un appareil de mesure relié à une cellule placée derrière la fente. Ces déviations sont proportionnelles au flux reçu : elles représentent les variations de densité de flux dans la direction du faisceau. Lorsque l'ensemble fente-cellule se déplace d'un mouvement de translation uniforme, l'enregistrement reproduit ce qu'on appellera le profil du faisceau : l'axe des abscisses représentera la distance, en général, suivant un diamètre du faisceau de section circulaire, celui des ordonnées le flux transmis par la fente, c'est-à-dire intégré suivant sa hauteur.

Données expérimentales : largeur de fente : 28 μ, différentes hauteurs utilisées : 4 mm, 6 mm, 12 mm; diamètre géométrique du faisceau : 80 mm; durée d'exploration : 2,30 mn à 3,50 mn. La cellule et la fente sont disposées sur un chariot entraîné, par

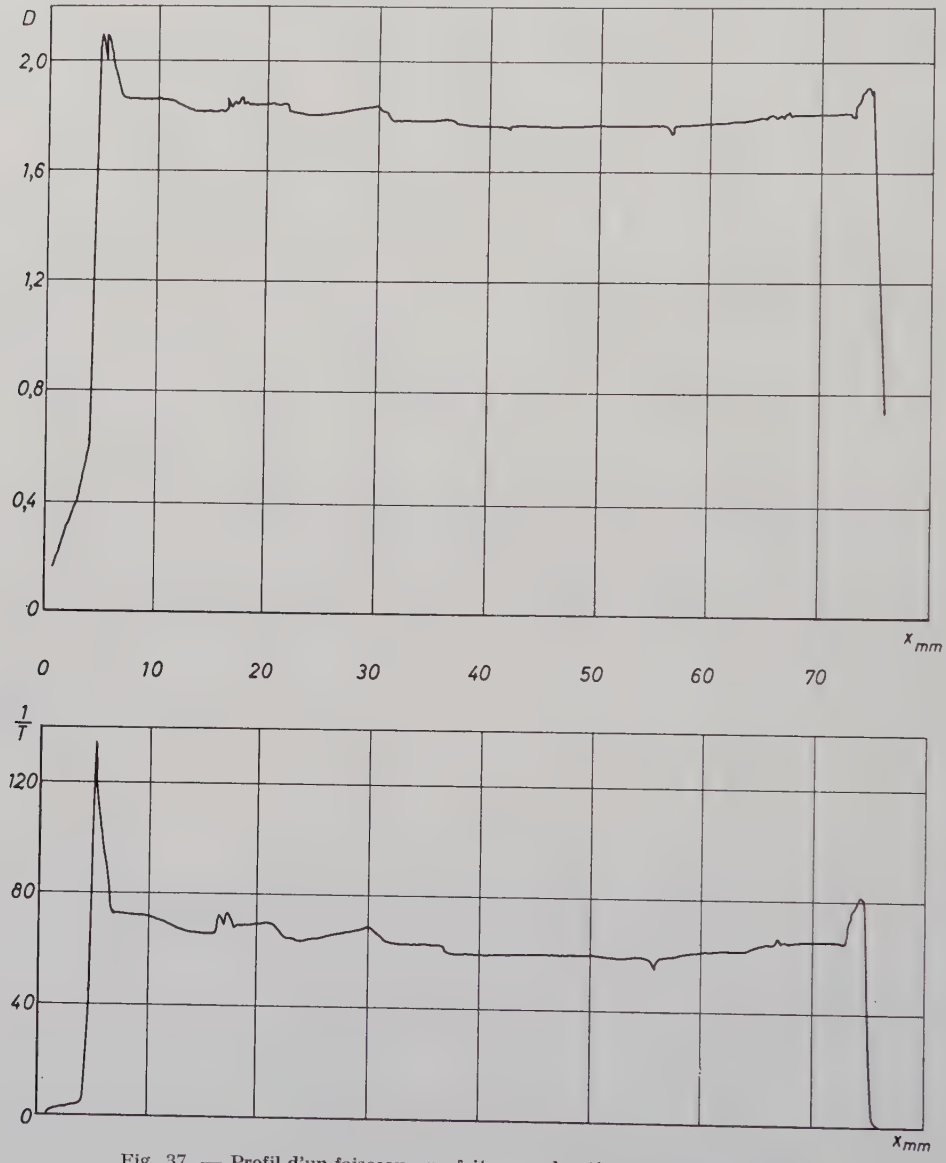


Fig. 37. — Profil d'un faisceau « parfait » : exploration au microphotomètre

l'intermédiaire d'une vis sans fin, au moyen d'un moteur à vitesse réglable par variateur et permettant le mouvement aller-retour.

4,12 Examen photographique. Exploration au microphotomètre.

Une photographie directe du faisceau, prise sur une plaque disposée perpendiculairement à l'axe optique, présentera un noircissement proportionnel au logarithme

de l'éclairement (1) reçu si l'on se place dans la partie rectiligne de la courbe HD de l'émulsion. Dans la plaque développée (négatif), l'opacité sera proportionnelle à l'éclairement en chaque point — au moins en première approximation. La connaissance de la courbe représentative de l'opacité, inverse de la transparence T, sera donc plus intéressante, si l'on veut comparer les résultats avec ceux obtenus par la méthode précédente, que la courbe de densité, $D = \log \frac{1}{T}$. Les mesures de T et D sont d'ailleurs effectuées simultanément au microphotomètre oculaire du laboratoire. Pour reproduire les conditions d'exploration photo-électrique, on serait amené, dans certains cas, à utiliser une fente exploratrice très allongée, dont la hauteur serait supérieure au diamètre de la pupille de l'œil. Celui-ci ne recevrait qu'une partie du flux transmis par la région étudiée : du fait des variations locales de transparence suivant la hauteur d'une fente étroite (microfluctuations dues à la granulation), les mesures n'auraient aucun sens. La comparaison n'a donc été faite que pour une hauteur de fente de 4 mm et une largeur de 28 μ. La *figure* 37 montre le profil d'un faisceau « parfait » relevé au microdensitomètre sur un cliché moyennement contrasté. Il semble que les accidents soient dus à la granulation de la plaque. On s'explique mal les brusques augmentations de densité au voisinage des limites du faisceau : ce très improbable effet Eberhart s'est reproduit plusieurs fois, bien que toutes précautions aient été prises pour l'éviter (l'exploration photo-électrique n'a pas rendu compte de ces écarts à la densité moyenne de flux).

D'autres critiques subsistent encore au sujet de l'étude du faisceau par le procédé photographique, en particulier un tirage à fort contraste mettra en évidence des accidents locaux qui n'auront aucun effet sur la courbe d'éclairement moyen des franges P (x) à la sortie de l'interféromètre. L'exploitation de cette méthode n'est donc intéressante que sous réserve d'un certain nombre de précautions.

4,2 **Manipulation. Sections dans des plans particuliers.**

Pour une courbe représentative des franges d'interférence données par le périodographe complet et d'allure indiquée par la courbe (c) de la *figure* 25 (chap. III : « Mesure de l'énergie transmise par la pupille analysée »), on peut se demander quelle est la courbe de modulation introduite par le profil du faisceau lui-même (ce sera la cause principale de modulation des franges, puisque l'interféromètre est traversé en lumière parallèle et qu'il n'y a aucune limitation pupillaire qui puisse intervenir entre la pupille d'entrée de l'interféromètre et le plan d'utilisation des franges). Dans les conditions qui viennent d'être définies, on a déterminé le profil du faisceau à l'entrée du monochromateur polarisant (section $c_1 c'_1$), à la sortie de ce monochromateur (section $m_p m'_p$) — ou, plus exactement, immédiatement après l'objectif Om pour des raisons de commodité —, et enfin, après le collimateur C, dans le plan de la pupille d'entrée de l'interféromètre (section cc'). Les courbes sont celles de la *figure* 38. Le double tracé du profil $m_p m'_p$ n'avait d'autre but que de vérifier la reproductibilité, à 24 h d'intervalle, de la courbe ainsi déterminée. Il y a lieu de remarquer la nette dissymétrie de ce profil, qui ne présente aucune relation apparente avec celui du faisceau à l'entrée de (MP). Ici, un défaut de

(1) Ceci pourra entraîner d'importantes différences avec les résultats de l'exploration photo-électrique, la cellule répondant à des flux et non à des éclairements [12]. Les courbes ne seront comparables que si l'on se place dans la région $D = \gamma \log E$ avec $\gamma = C^{te}$.

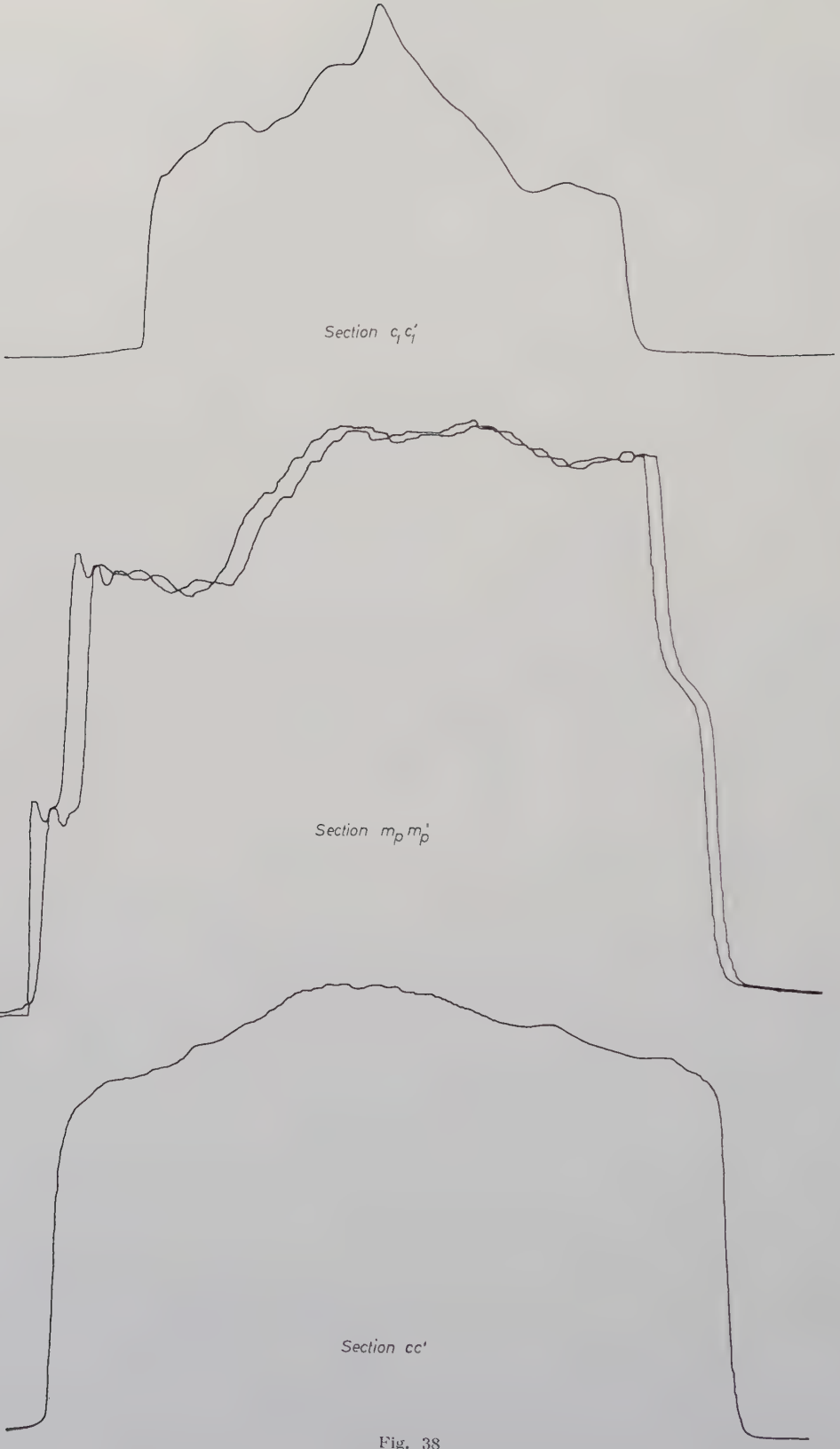


Fig. 38

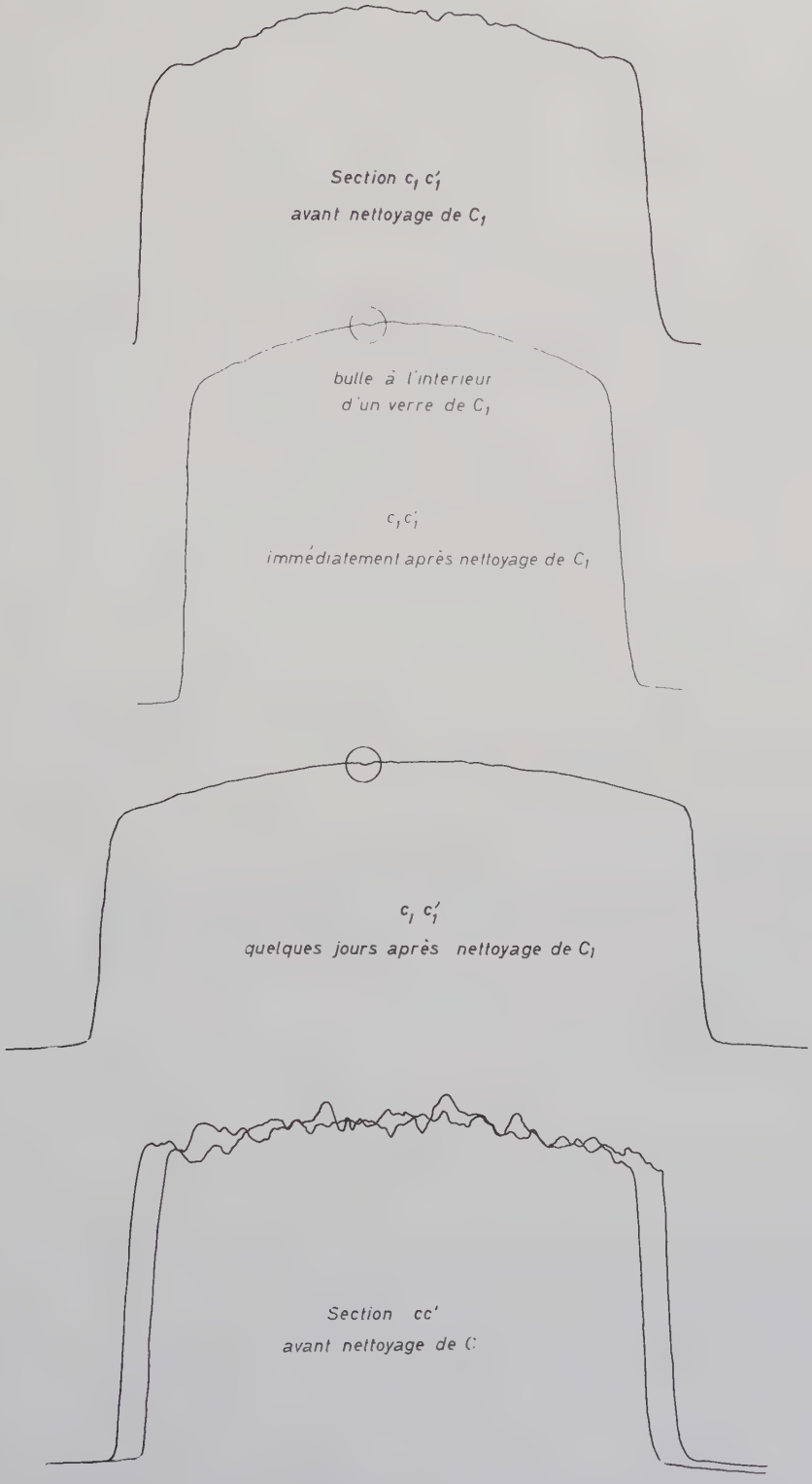


Fig. 39. — Profils des faisceaux : influence de l'état des surfaces (poussières)

mise au point de l'ordre de 1 mm (distance focale $C_1 \sim 460$ mm) a été constaté après coup; de plus, on se trouvait au voisinage d'un plan d'une image parasite que semble indiquer la pointe. Quoi qu'il en soit, le profil cc', à la sortie du dernier étage collimateur, est très nettement lisse (cf. *fig.* 40) Tout se passe comme si le lissage était dû aux différentes étapes suivies par le faisceau pour lequel l'énergie transportée aurait été intégrée, puis redistribuée. On retrouvera ce phénomène un peu plus loin.

1.3 Influence de l'état des surfaces optiques sur le profil du faisceau.

On a constaté qu'une poussière, même très petite, de celles rencontrées habituellement en laboratoire sur un objectif protégé dans des conditions ordinaires, produit une fluctuation locale de la densité de flux qui peut entraîner une erreur assez importante (au moins 5 %) sur l'évaluation du contraste de la fonction Φ, surtout aux basses fréquences N. En effet, au cours d'un aller et retour du système P (x), le nombre de périodes de Φ dont on dispose dans le plan du domaine d'analyse (D) est très restreint. Dans la *figure* 39 la courbe du bas est celle du profil du faisceau dans le plan de la pupille d'entrée de l'interféromètre. Les éléments du système d'éclairage ont été réglés, mais les faces extérieures de C n'ont pas été nettoyées; certaines fluctuations, les plus importantes, se retrouvent d'un jour au lendemain, ce sont celles correspondant aux plus grosses poussières qui n'ont pas été déplacées. On a également relevé le profil du faisceau à 7 ou 8 cm après la sortie de C_1; comme indiqué sur la *figure* 39 (les échelles sont sensiblement différentes), on peut « suivre » l'accident dû à une petite bulle à l'intérieur d'un verre après nettoyage des surfaces. Le diamètre de cette bulle est de 3/4 de millimètre environ.

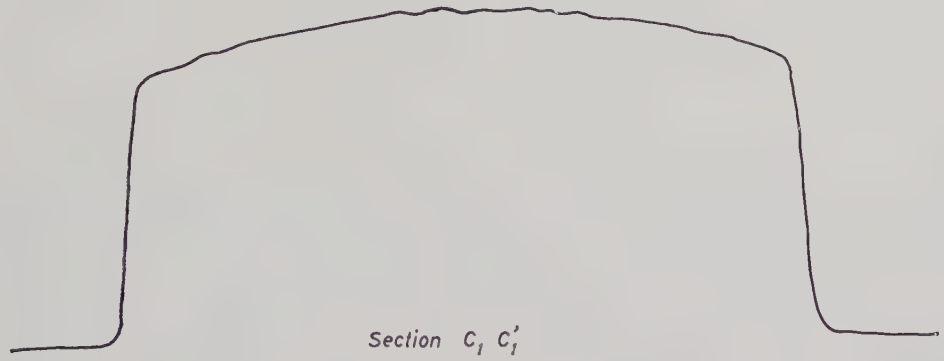
1.4 Conclusions.

La sensibilité de cette méthode d'exploration et de détermination du profil du faisceau permet d'agir séparément, et avec une grande souplesse, sur chacun des trois éléments du système d'éclairage (source-collimateur C_1, monochromateur polarisant MP, collimateur final F'_s - O*b* - F - C). Elle révèle :

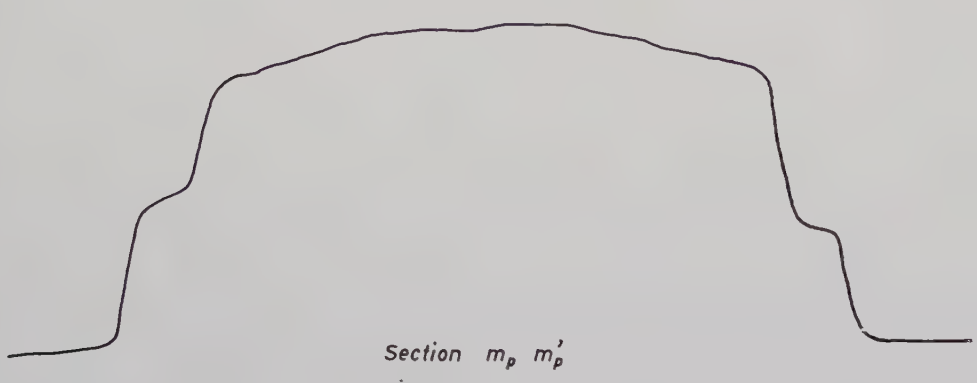
a) l'importance primordiale de l'alignement et du centrage : les réglages fins qui conduisent à un profil plat, et surtout symétrique, sont effectués en jouant sur l'élasticité des supports et le serrage des noix de suspension des tiges. La *figure* 40 montre les trois sections successives lorsque toutes précautions ont été prises, c'est-à-dire pour un réglage rigoureux;

b) une quantité infime de lumière parasite, non décelable par photographie d'une section quelconque, fausse complètement l'allure même du profil. Il y a donc lieu d'éliminer toute réflexion parasite, en particulier à l'intérieur des tubes de collimateurs : on a disposé, à l'intérieur de ces tubes, une série de lucarnes de dimensions calculées, limitant l'angle solide des faisceaux utiles à celui s'appuyant sur le contour des lentilles C_1 et C, le champ total étant défini par l'ouverture des fentes F_s et F;

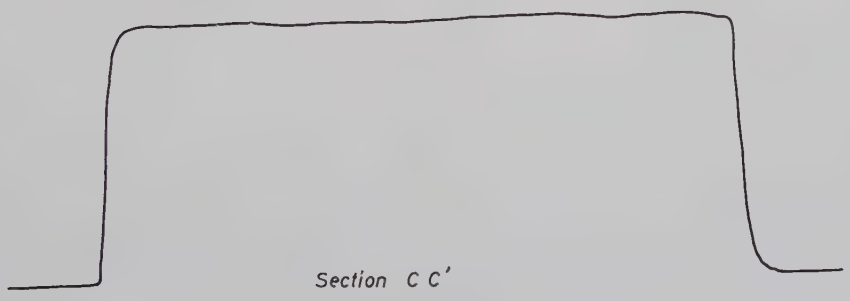
c) l'influence de la qualité des surfaces suggère l'étude expérimentale des défauts de poli des objectifs dans le sens où elle a été entreprise, du point de vue théorique, par A. Maréchal et E. Diederichs. Les micro-fluctuations d'amplitude semblent



Section C_1 C_1'



Section m_p m_p'



Section C C'

Fig. 40

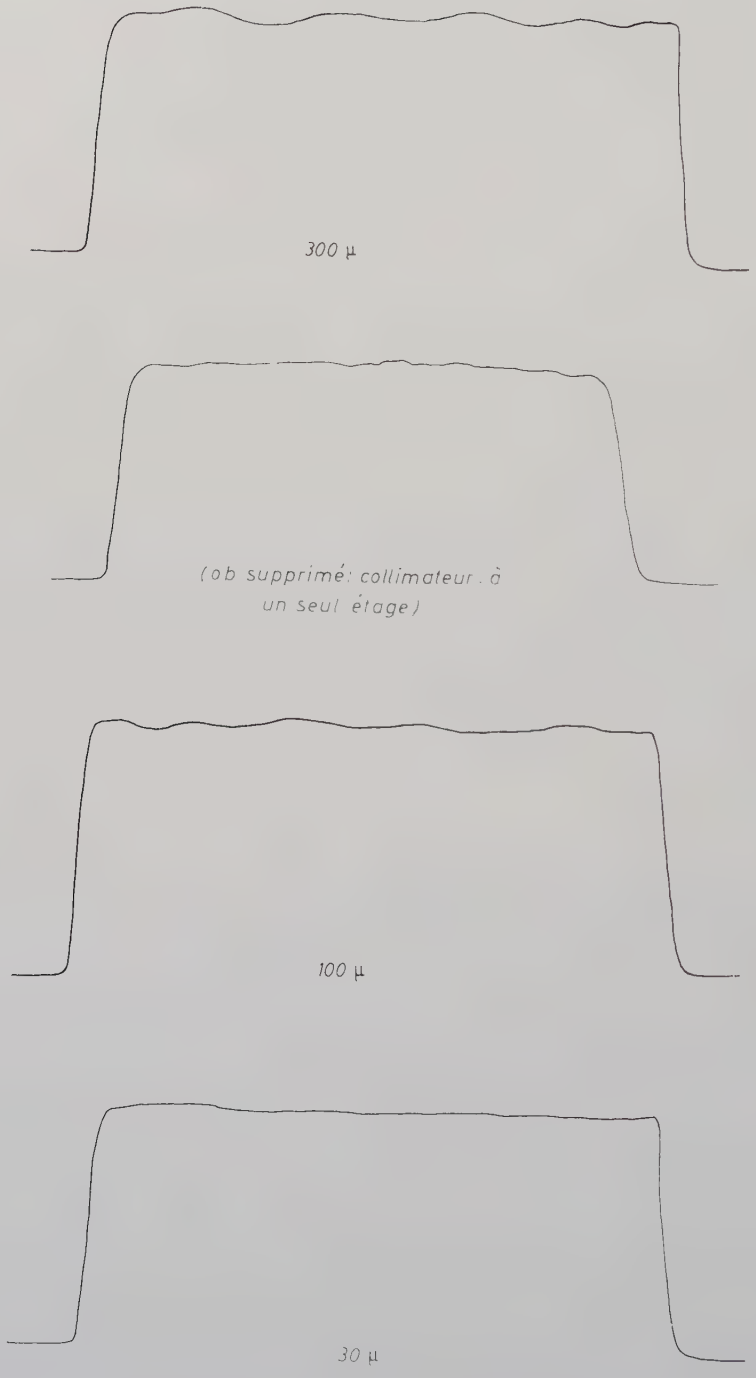


Fig. 41. — Influence de la largeur de la fente F. Section *cc'*

être décelables par une ouverture d'exploration ponctuelle balayant la surface et placée devant la photocathode d'un photomultiplicateur : une carte de la surface pourrait être dressée systématiquement. Les défauts de phase peuvent être mis en évidence par procédé strioscopique.

5 LE COLLIMATEUR

5,1 Collimateur à deux étages.

La séparation des spectres polarisés suivant l'une et l'autre des deux directions (verticale et horizontale) et l'isolement des raies dans le plan de la fente F'_s nécessitent un objectif O*m* de distance focale relativement grande. L'angle d'ouverture du faisceau incident sur cette fente F'_s est donc faible. Il en est de même du faisceau après traversée de cette fente, à la suite de laquelle l'éclairement du champ est maximal au centre et décroît régulièrement sur les bords. On peut donc prévoir que lorsque F'_s sera située au foyer de C, cet objectif ne sera pas éclairé uniformément, ceci d'autant moins que F'_s est haute, mais aussi très étroite. On amène donc au foyer F de C une image de F'_s formée par l'objectif O*b*. On a ainsi réalisé un collimateur à deux étages (collimateur de Fresnel) qui présente les avantages suivants :

1° les conditions de cohérence impliquent des dimensions faibles pour la fente située au foyer du collimateur, c'est-à-dire une perte de lumière si l'image monochromatique de F_s n'est pas entièrement utilisée. L'objectif auxiliaire, O*b*, fournit une image réduite de F'_s, et le cône de rayons de sommet F est beaucoup plus ouvert que le faisceau incident en F'_s. La quantité de lumière est la même, mais la luminance en F peut être élevée et les conditions de cohérence spatiale restent satisfaites;

2° dans le collimateur habituel, seuls les rayons voisins de l'axe optique traversent la fente. Il y a réflexion à l'intérieur des lèvres de la fente pour une forte proportion de la lumière qui traverse. Or, l'importance des effets de polarisation a été démontrée [13], lorsque la lumière incidente vibre suivant une direction perpendiculaire à la grande dimension de la fente. C'est précisément notre cas. Compte tenu de l'épaisseur des lèvres — de l'ordre de 100 μ —, ces effets ne sont pas négligeables.

Dans ces conditions, le rôle de la fente F sera uniquement de réduire la lumière diffusée dans un volume entourant l'image réduite de F'_s. L'effet de cette limitation est évident sur la *figure* 41, montrant le profil du faisceau issu de C pour différentes largeurs de F. Précisons que pour une même densité de flux à la sortie du collimateur, les fluctuations locales ont été atténuées uniquement par réduction de l'ouverture de F.

Exemple numérique : pour une distance focale O*b* de 12,5 mm, grandissement 1/40, et un objectif C ouvert à *f*/5; l'angle du faisceau utile arrivant sur O*b* doit être 0,005.

(Pratiquement, l'objectif O*b* a été choisi empiriquement parmi une série d'objectifs de projection couvrant toute une gamme de distances focales.)

5,2 Sections du faisceau émergent à différentes distances de C. Choix de l'objectif C.

C est un objectif astronomique à deux lentilles non collées, ouvert à *f*/12 environ ($\varnothing = 80$ mm). Il est du type Fraunhofer classique (corrigé pour l'aberration chromatique, la sphéricité, la coma et la courbure de champ).

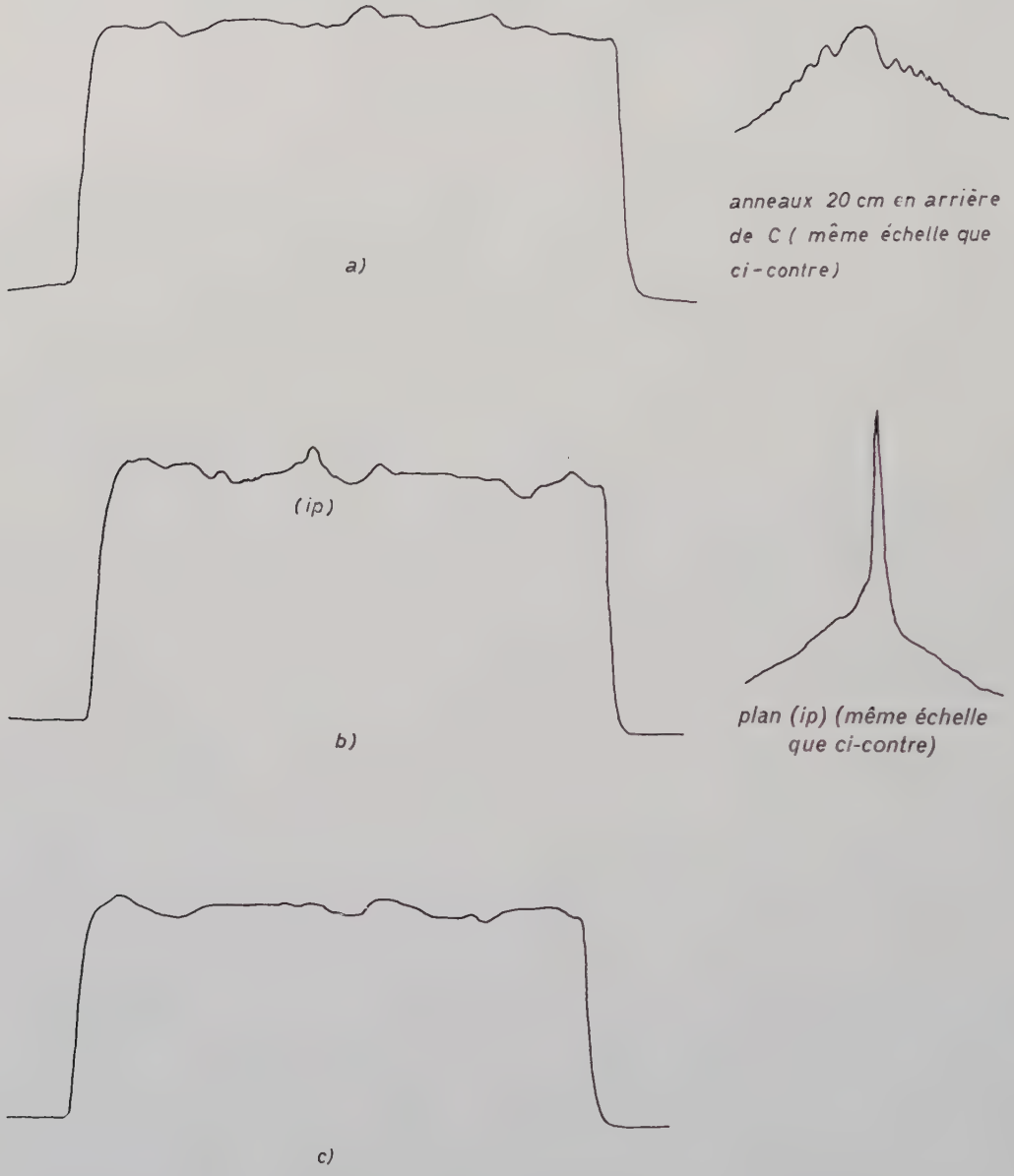
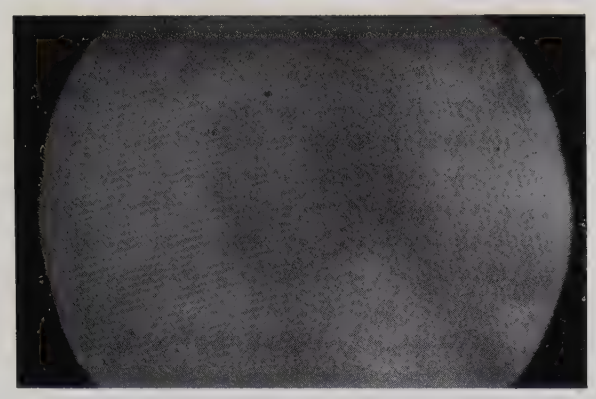
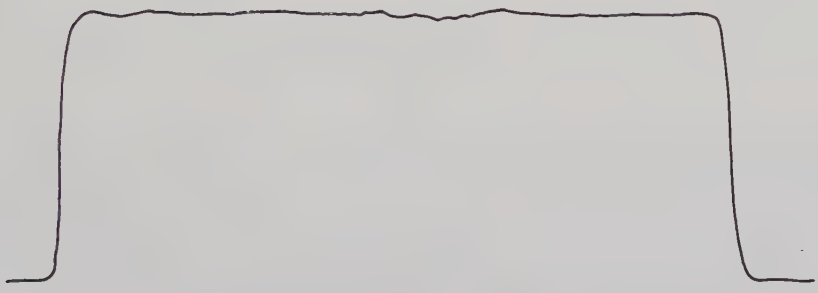


Fig. 42. — Sections cc' à différentes distances de C (ob : Pathé, $f = 20$ mm)

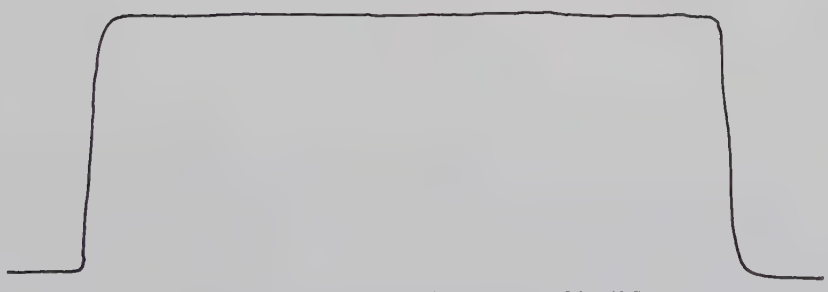
a) Anneaux de Newton, 40 cm en arrière de C.
b) Section dans un plan voisin d'une image parasite (ip).
c) 70 cm en arrière de C.



Photographie du faisceau 70 cm en arrière de C
(pose 12 mn, tirage positif très fort contraste)



Collimateur à 2 étages, ob. Krauss 40 mm
F : fente Bouty. Fente exploratrice : h = 4 mm, largeur = 28 μ



Mêmes éléments, mais après traitement objectif C

Fig. 43. — Section *cc'* dans le plan de la pupille d'entrée de l'interféromètre

L'alignement étant réalisé, on a examiné le faisceau en profondeur : les qualités du profil dans une certaine section doivent en faire choisir le plan comme plan de pupille d'entrée de l'interféromètre, quitte à conjuguer ensuite ce plan avec celui d'utilisation des franges.

La détermination du plan privilégié devrait être très sensible. En effet, une section peut présenter de faibles fluctuations d'intensité qui s'amortissent très rapidement suivant l'axe de propagation (1). En fait, les différentes sections présentent des profils très variés avant traitement de l'objectif C (*fig.* 42); les images parasites, les anneaux de Newton, dus aux réflexions sur les faces intermédiaires des lentilles non collées de C, sont nettement visibles sur un écran, plusieurs dizaines de centimètres en arrière de C. Plus loin, le profil apparaît encore tourmenté sans qu'il soit possible de distinguer les causes de perturbation (ceci, pour l'objectif O*b* indiqué; en utilisant un autre objectif O*b*, on ne conserve plus que les anneaux de Newton, jusqu'à grande distance en arrière de C); la *figure* 43 montre le profil du faisceau relevé par exploration photo-électrique; la fente d'exploration ayant une hauteur de 4 mm, l'intégration du flux suivant cette dimension ne permet pas de distinguer encore nettement les anneaux, comme c'était le cas dans la *figure* 42 précédente. Dans le même plan, on a photographié le faisceau et développé la plaque à fort contraste : les anneaux sont parfaitement visibles. Le profil du faisceau est très voisin du profil idéal dans un plan quelconque en arrière de C, après traitement antireflet des surfaces optiques de cet objectif.

(1) Rayleigh a montré (*Scient. Papers*, 3, 117) que des déformations d'onde, se traduisant par une variation locale d'amplitude et de phase, diminuent exponentiellement lorsqu'elles sont très faibles. C'est ce qu'il désigne par le terme « corrugation ».

Chapitre V

PRODUCTION ET MISE EN ŒUVRE DE LA RÉPARTITION SINUSOÏDALE $P(x)$

Il s'agit d'une méthode interférométrique dans laquelle les franges sinusoïdales sont produites par un interféromètre à deux ondes. L'appareil construit au début de notre étude, et qui a permis d'obtenir les premiers résultats, a déjà été décrit [T.L.]. Nous nous bornerons donc à en rappeler quelques caractéristiques qui ont servi de base à la réalisation du nouvel ensemble auquel nous avons été amené par un certain nombre de considérations théoriques qui seront développées.

1 INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON CLASSIQUE [T.L.] [14]

Les éléments optiques étaient disposés sur un support antivibratoire, suivant le mode conventionnel. La différence de marche zéro était obtenue en déplaçant l'un des miroirs monté sur une glissière à billes. L'autre miroir, installé sur une petite plate-forme dont l'axe pivot avait été usiné avec une très grande précision, permettait de faire varier la période des franges sans affecter leur verticalité.

Nous avons réduit la lumière parasite et augmenté le contraste au moyen d'un film de fluorure de magnésium recouvrant la compensatrice et la face non réfléchissante de la séparatrice; l'épaisseur de ce film était déterminée pour la lumière verte du mercure (1) et la face semi-transparente constituée par une multicouche diélectrique.

L'image d'une lampe à mercure projetée sur la fente réglable d'un collimateur ouvert à $f/15$ assurait l'éclairage (raie verte isolée par un filtre Kodak). Par la suite, ce système a été modifié afin d'éviter les fluctuations de la lampe source.

2 AFFAIBLISSEMENT DE LA VISIBILITÉ DES FRANGES DANS LA RÉPARTITION D'INTENSITÉ PRODUITE PAR UN INTERFÉROMÈTRE A DEUX ONDES

L'intensité des franges en un point de l'interférogramme est donnée [15] par la relation :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \,.\, Re\,\{\,\Gamma_{21} \,.\, \exp i\,(\varphi_2 - \varphi_1)\,\},$$

(1) On a adopté $e = \frac{\lambda}{4n}$ avec $n = 1{,}38$ pour MgF_2, $\lambda = 0{,}546$ mμ, correspondant au minimum de $r\,(\lambda)$ (O. S. Heavens, *Optical Properties of thin solid film's Butterworths Sc. Pub.*, Londres, 1955).

dans laquelle Γ_{21} est le degré de cohérence complexe; $Re\{\ \}$ indique la partie réelle de l'expression entre parenthèses, φ_2 et φ_1 sont les phases correspondant aux deux trajets suivant chacun des bras de l'interféromètre. La visibilité de MICHELSON s'exprime alors par :

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \cdot V_{21},$$

V_{21} étant le module du facteur de cohérence de phase.

Compte tenu de la relation ci-dessus, nous envisagerons trois facteurs d'affaiblissement :

— inégalité des flux transportés suivant les deux trajets dans l'interféromètre;

— cohérence chromatique;

— cohérence spatiale.

2,1 **Effets de l'inégalité des intensités dans les deux faisceaux.**

La visibilité de MICHELSON se réduit à $V = V_{21}$ lorsque $I_1 = I_2$; évaluons donc le facteur d'inégalité, F_{in}, lorsque $I_1 \neq I_2$:

$$F_{in} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2};$$

sa valeur est 1 dans les conditions optimales.

Supposons que la face semi-transparente de la séparatrice soit la face avant et désignons par R et T ses coefficients de réflexion et transmission en intensité. Soient R_1 et R_2 les coefficients de réflexion de M_1 et M_2 (*fig.* 44) et $t = 1 - r$ le coefficient de transmission des surfaces air-verre. Suivant le trajet (1), le faisceau principal a pour intensité :

$$I_1 = I_0 \cdot R_1 \cdot R\,(1 - R)\,(1 - r)^3.$$

En l'absence d'une couche antiréfléchissante, une quantité relativement importante de lumière parasite serait due aux rayons tels que $1'_1$, $1''_{11}$, $1''_{12}$, ..., d'intensités :

$$I_1' = I_0\,(1 - R)\,(1 - r)\,R_1\,r,$$

$$I''_{11} = I_0\,(1 - R)\,r \cdot R\,(1 - r)\,R_1\,(1 - r)\,R\,(1 - r) = I_0\,(1 - R)\,(1 - r)^3\,R^2\,R_1 \cdot r,$$

$$I''_{12} = I_0\,(1 - R)\,(1 - r)\,R_1\,(1 - r)\,R \cdot r \cdot R\,(1 - r) = I''_{11},$$

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{r}{R\,(1 - r)^2}; \qquad \frac{I''_1}{I_1} = rR.$$

Suivant le trajet (2), on a l'intensité principale :

$$I_2 = I_0\,R_2\,R\,(1 - R)\,(1 - r)^5,$$

à laquelle s'ajoutent les intensités parasites telles que I'_2, I''_2, ...

Dans l'expression de F_{in}, I_1 et I_2 seront à remplacer par leurs valeurs effectives :

$$(I_1)_{eff} = I_1 n \left[1 + \frac{r}{R\,(1-r)^2} + Rr + O\,(R^2 r^2) \right],$$

$$(I_2)_{eff} = I_2 [1 + Rr + r^2 + O\,(R^2 r^2)]$$

(à condition que les miroirs M_1 et M_2 se comportent de la même façon, ce qui est pratiquement le cas lorsqu'ils ont été aluminés dans la même opération; ainsi : $R_1 = R_2$).

Exemple numérique : pour l'incidence 45°, $r \sim 0{,}1$; le coefficient R de la séparatrice est voisin de 0,4. En négligeant les termes O (0,0016), on calcule facilement $F_{in} = 0{,}97$. Pour obtenir une valeur pratique, il conviendrait de faire intervenir

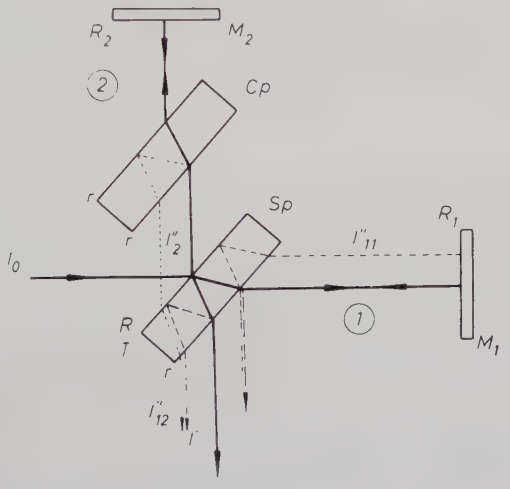


Fig. 44

l'effet de la lumière diffuse qui se trouve implicitement supposé le même au long des deux faisceaux. Remarquons enfin que l'expression de F_{in} ne tient pas compte de la lumière partiellement polarisée qui affecte encore le contraste.

2,2 **Cohérence chromatique.**

Le profil spectral de la raie verte de H*g* n'est pas infiniment étroit : la diminution de la visibilité est fonction de la différence de marche $(\delta_1 - \delta_2)$ entre les deux faisceaux interférents. La relation de Michelson indique que le coefficient de visibilité est la transformée de Fourier en cosinus de la répartition spectrale à l'intérieur de la raie, la variable réciproque de λ étant $(\delta_1 - \delta_2)$. Pratiquement, on peut évaluer plus simplement le facteur de cohérence chromatique : d'après l'article précédemment cité [15], le facteur reste supérieur à 0,90 lorsque la différence de marche et la largeur spectrale à mi-intensité du profil, $\Delta\lambda$, satisfont à la condition :

$$|\delta_1 - \delta_2| \leqq \frac{\lambda^2}{4\,\Delta\lambda}.$$

Nous avons déterminé, au moyen d'un grand spectromètre à réseau (montage Littrow, récepteur à photomultiplicateur), le profil de la raie $\lambda = 5\,461$ Å de l'une des lampes à vapeur de mercure, moyenne pression, utilisées. On a trouvé $\Delta\lambda = 2{,}2$ Å; la condition s'écrit donc :

$$\delta_1 \quad \delta_2 < 620\,\lambda;$$

elle indique une tolérance de l'ordre de 0,4 mm sur la différence de marche.

2,3 **Cohérence spatiale.**

a) La source S étant de dimensions finies, les rayons provenant de ses différents éléments sont inclinés suivant des angles variés et la différence de marche entre des rayons axiaux issus du milieu de la fente et des rayons passant au voisinage des bords

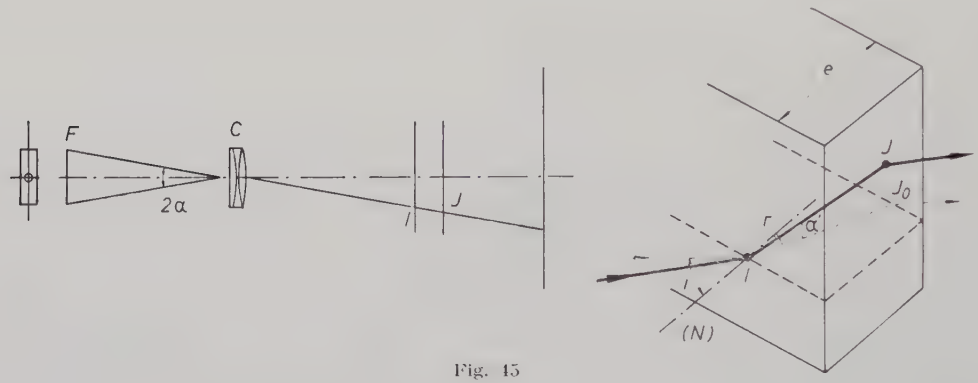


Fig. 45

de la fente source, est calculable; considérons un rayon axial, cheminant dans le plan horizontal, et incident sur la séparatrice de l'interféromètre sous l'angle i. A sa sortie de l'appareil, il a traversé une épaisseur de verre $3\,e'$ qui est égale, si la séparatrice et la compensatrice sont parallèles et de même épaisseur, à $3\,\dfrac{e}{\cos r}$ (r est l'angle de réfraction tel que $\sin i = n \sin r$). Soit maintenant un rayon marginal issu de la fente du collimateur, vue du centre de l'objectif C sous l'angle $2\,\alpha$. Cherchons la différence des trajets optiques dans le verre pour ce rayon IJ et le rayon axial en se rapportant au point d'incidence I . I et J_0 sont dans le même plan horizontal. On a, sur la *figure* 45 (*b*), pour chaque traversée d'une lame :

$$\Delta l_v = n\,(\mathrm{IJ} - \mathrm{IJ_0}) = ne'\left[\frac{1}{\cos\dfrac{\alpha}{n}} - 1\right]$$

puisque $\alpha' = \dfrac{\alpha}{n}$, les angles considérés étant petits. Il vient :

$$\Delta l_v = \frac{ne}{\cos r}\cdot\frac{\alpha^2}{2\,n^2}.$$

Exemple numérique : dans l'interféromètre en polarisation, i étant l'angle de Brewster, on a :

$$\frac{e}{\cos r} = \frac{e}{n}\sqrt{n^2 + 1};$$

par suite :

$$\Delta l_v = e\,\alpha^2 \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{2\,n^2};$$

pour $\alpha = 1/100$, $e = 12$ mm, $n = 1{,}53$, il vient $\Delta l_v \sim 0{,}54\ \mu$ pour une lame, soit environ $3\ \lambda$ pour l'épaisseur totale de verre traversée. Cette quantité ne présenterait quelque intérêt que si l'on travaillait en lumière non monochromatique : ici, l'effet de dispersion reste faible. L'ordre de grandeur de la différence de marche dans l'air est plus importante : si l'on se place à une distance D, elle vaut $\Delta l_a \sim \frac{1}{2}(\alpha^2 . D)$ et peut atteindre 0,1 mm : la baisse de visibilité sera à peine sensible sur les bords inférieur et supérieur du champ de franges.

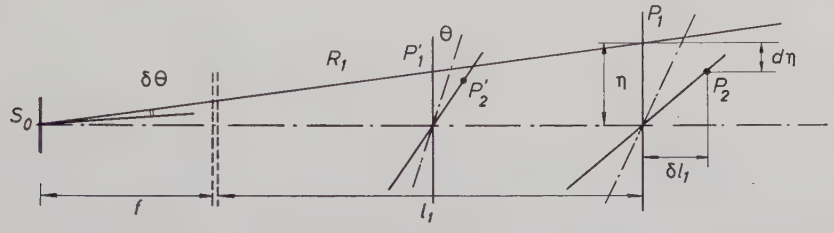


Fig. 46

b) H. H. Hopkins a proposé [15] des relations permettant de calculer σ, largeur de la source située au foyer d'un collimateur et correspondant à une visibilité donnée. Soit S_0 le centre de la source; plaçons-nous (*fig.* 46) suivant l'axe du collimateur (qui est l'axe des miroirs M_1, réel, et M_2, virtuel) et dans l'espace objet, c'est-à-dire dans l'espace de S. Dans ce cas, la visibilité des franges aura pour expression :

$$V_{21} = 1 - \frac{1}{2}\left[\frac{C^2\,\sigma^4}{12} + \frac{B^2\,\sigma^2}{4}\right],$$

avec :

$$B = kn\,[(l_2 - l_1)^2 + (m_2 - m_1)^2]^{1/2}$$

et :

$$C = km\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

(l_1, m_1) et (l_2, m_2) sont les cosinus directeurs des directions $S_0 P_1$ et $S_0 P_2$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; l'indice de réfraction n est ici égal à 1; les autres notations sont indiquées sur la *figure* 46. Dans le plan de celle-ci :

$$l_1 = l_2 = 0, \qquad m_1 = \frac{\eta_1}{R_1}, \qquad m_2 = \frac{\eta_1 + d\,\frac{\eta_1}{R_1}}{R_1 + d}.$$

Si l'on introduit le grandissement g du système :

$$R_1 = \frac{l'_1}{g} - \frac{l'_1}{f}(f - l'_1),$$

$$r_{i1} = \frac{r_{i1}'}{g} = \frac{r'_{i1} f}{f - l'_1}.$$

On a effectué le calcul pour les valeurs expérimentales du MICHELSON classique (objectif C ouvert à $f/15$); la visibilité théorique marginale dans l'interférogramme est encore 0,80 pour un diamètre de 0,037 mm — valeur maximale tolérable.

Au cours des mesures, on conserve aux franges la direction verticale. On réduit donc, en fait, la dimension maximale calculée, tout en admettant une plus grande quantité de lumière dans l'appareil, en utilisant une fente verticale. Le parallélisme des franges et de la fente doit alors être maintenu de façon rigoureuse.

3 DÉPLACEMENT DE LA FRANGE CENTRALE PLAN DE VISIBILITÉ MAXIMALE

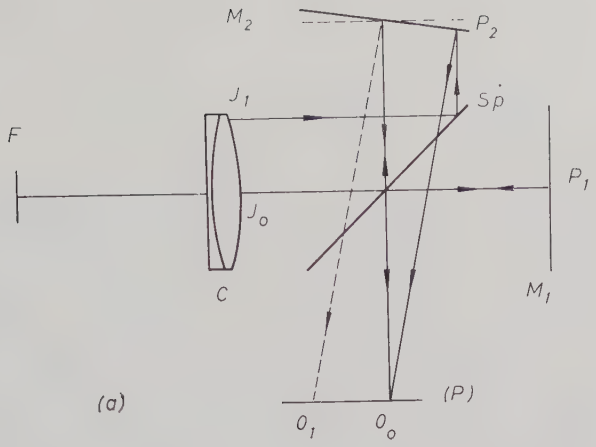
Considérons, dans la *figure* 47 (*a*), les rayons qui interfèrent au point O_0 sur l'axe du système et dans un plan de front (P) distant de D du miroir M_2. Ces rayons ont passé par deux points P_1 et P_2 situés initialement au centre des miroirs M_1 et M_2. Inclinons M_2 d'un angle θ; pour le point O, tout se passe comme si P_2 s'était déplacé sur M_2, ou encore comme si le rayon correspondant provenant de l'objectif collimateur C et réfléchi sur la séparatrice S*p* avait simultanément subi une translation $J_0 J_1 \sim 2 D \theta$. La frange d'ordre zéro n'est donc pas fixe lorsque les miroirs M_1 et M_2 tournent l'un par rapport à l'autre, c'est-à-dire encore lorsqu'on fait varier la fréquence des franges par variation de θ. Le déplacement $O_0 O_1$ de cette frange dans le plan (P) contribue à la décroissance du facteur de cohérence de phase dans la région d'utilisation (plan de la pupille à analyser).

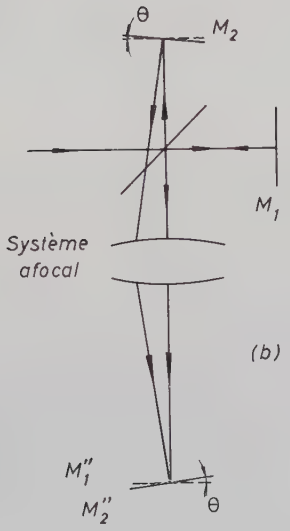
Entre ce plan de pupille et l'interféromètre on placera un système optique réalisant les deux conditions :

1° le plan d'utilisation est tel que le facteur de cohérence y prenne sa valeur maximale;

2° la frange zéro est invariante lorsque la période de la répartition P (x) varie (position fixe et contraste constant).

Un système afocal répond à la question. Il est placé à la sortie de l'interféromètre. Ses éléments sont choisis de telle façon que le centre de rotation de M_2 soit conjugué du centre de la pupille dans le plan d'utilisation [*fig.* 47 (*b*)]; les grandissements linéaire et angulaire étant l'un et l'autre égaux à -1, le centre de M_2 se comporte comme un point antinodal pour l'ensemble du système, ce qui revient à travailler au voisinage du coin réel $M''_1 M''_2$, c'est-à-dire avec des franges localisées dans le volume de cohérence maximale.


M2
P2
J1
Sp
F
P1
Jo
C
M1
(a)
(P)
O1
Oo


θ
M2
M1
Système
afocal
(b)
M1''
M2''
θ

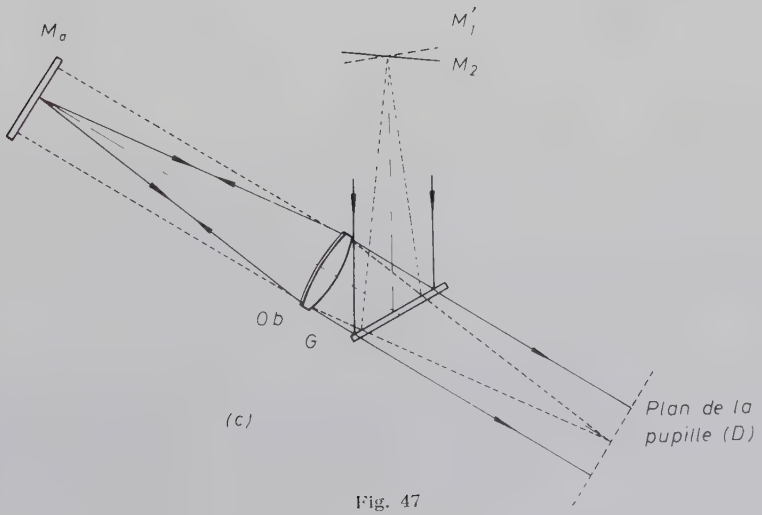

Ma
M1'
M2
Ob
G
(c)
Plan de la
pupille (D)

Fig. 47

La visibilité de la répartition P (x) et les courbes représentatives de cette visibilité en fonction de la période du phénomène ont été déterminées [14]. La décroissance, habituellement très rapide, est lente lorsque le système afocal a été mis en place : la variation n'est que de 5 % pour des fréquences des franges passant de 10 à 20 mm^{-1}.

En remplaçant le système afocal par un objectif unique ($f/5$, $f \sim 190$ mm), il semblerait qu'au voisinage immédiat du plan antinodal, c'est-à-dire suivant une profondeur dz dans la région d'utilisation, la variation du grandissement axial ne soit pas suffisante pour produire une erreur sensible lorsqu'on incline M_2. En fait, ce système commode par son faible encombrement et sa propriété de conserver une visibilité maximale, présente l'inconvénient de nécessiter une latitude de mise au point très serrée et de conduire, par contre-coup, à une incertitude dans la mesure de la fréquence des franges. Dans leur plan d'utilisation, les franges sont en effet des sections, par ce plan, des nappes convergentes provenant du volume virtuel compris entre la séparatrice et M_2.

Le montage finalement adopté est celui représenté *figure* 47 (*c*). L'objectif O*b* ($f = 45$ cm, $\varnothing = 80$ mm) et le miroir m_a, placé en son foyer, constituent un système afocal. Le centre de rotation de M_2 et le plan (D) sont conjugués dans ce système par l'intermédiaire de la glace semi-transparente G : M_2 et D se trouvent au second foyer de l'objectif O*b*.

4 L'INTERFÉROMÈTRE EN POLARISATION

4,1 Optique de l'interféromètre.

Il diffère de l'appareil de Michelson classique par l'inclinaison particulière de la séparatrice sur le faisceau incident : la réflexion vitreuse d'un faisceau de lumière naturelle arrivant sur une lame à l'incidence brewstérienne est un phénomène bien connu : la composante rectiligne qui vibre dans la direction perpendiculaire au plan d'incidence est seule réfléchie. Nous l'avons représentée en pointillés fins dans la *figure* 48 : elle est parallèle à la face avant de la séparatrice S*p*, verticale. Pratiquement, on a éliminé cette composante au moyen du système d'éclairage à monochromateur polarisant et il ne reste dans le faisceau incident que la composante située dans le plan d'incidence (1) (flèche large); elle ne subit aucune réflexion vitreuse et se trouve intégralement transmise à travers le dioptre plan, suivant la loi de Descartes. On voit ici, entre autres avantages de cette disposition, l'inutilité d'une couche antireflet sur la face avant de S*p* : il n'y a pas, effectivement, d'énergie réfléchie de ce côté.

La seconde face de S*p* est recouverte d'une couche d'aluminium semi-transparente, L'aluminium présente cette propriété [16] que, pour l'incidence utilisée, le coefficient de réflexion de la couche est le même dans le sens verre-aluminium que dans le sens air-aluminium; il ne se produit aucun changement dans l'état de polarisation aux passages entre les différents milieux qui se comportent comme des milieux isotropes. La couche

(1) Entre la fente qui isole la raie verte, polarisée horizontalement à la suite du monochromateur polarisant, et S*p*, le faisceau a subi toute une série de dépolarisations partielles : au passage des différents dioptres (*ob*, C), et surtout à la traversée de la fente, perpendiculaire à la vibration transmise. C'est une des raisons qui font préconiser un collimateur de longue focale permettant une fente relativement large pour des conditions équivalentes régissant la valeur de la cohérence. Néanmoins, si une certaine quantité — infime, comme nous l'avons vérifié — de lumière arrivant dépolarisée sur S*p* vibrait dans le plan vertical, elle serait en partie réfléchie vers M_3, ce qui contribuerait à réduire la visibilité des franges d'interférence.

semi-réfléchissante de notre séparatrice transmet 47 % de la lumière incidente vers le miroir M_1 et n'absorbe que 6 %. Vérifiée au bout de plusieurs mois, la couche apparut stable.

L'absorption au passage à travers la compensatrice C*p*, suivant le trajet S*p* — M_1 — S*p*, est équilibrée par l'absorption à la traversée aller et retour de S*p* suivant le trajet M_2.

Aucune réflexion parasite n'a lieu sur les faces de C*p* puisque l'incidence est toujours brewstérienne. Si R est le coefficient de réflexion de la couche d'aluminium

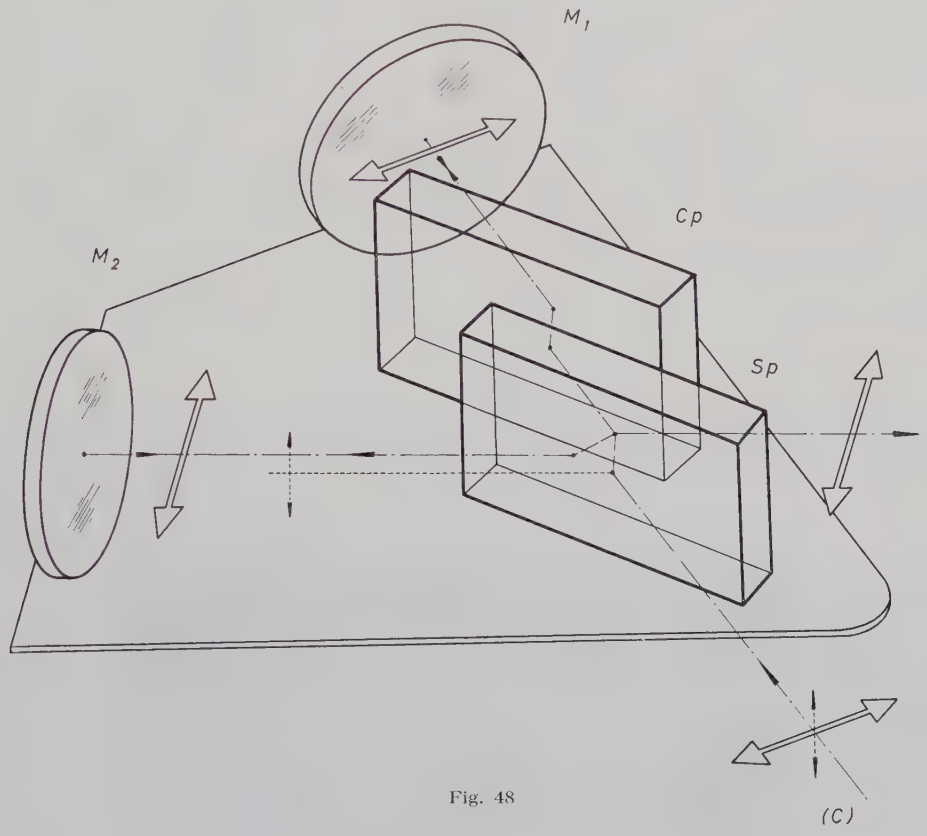
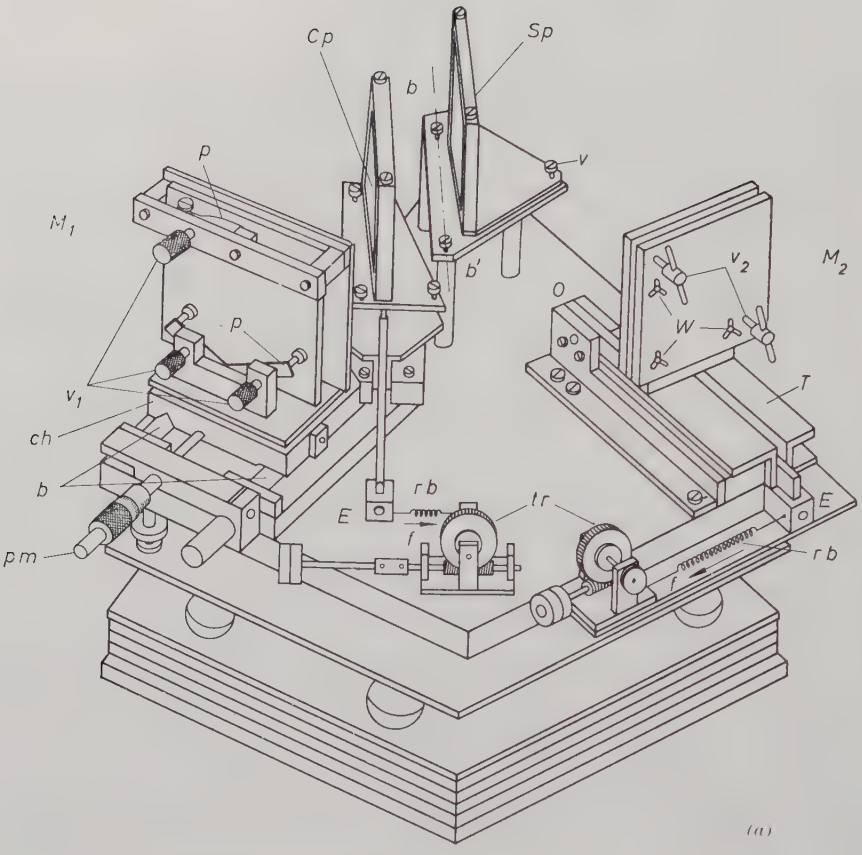


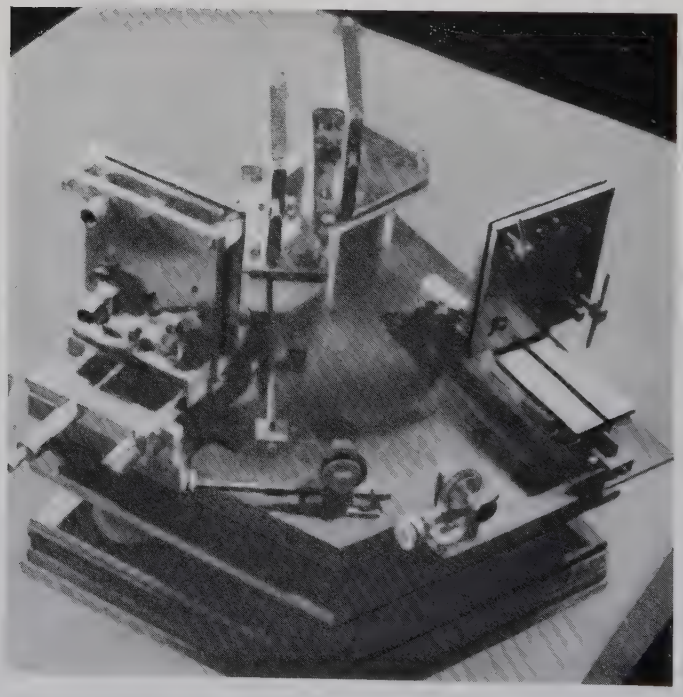
Fig. 48

et *a* l'absorption à la traversée d'une lame, les intensités suivant les deux cheminements sont respectivement :

$$I_1 = I_0\, a\,(1 - R)\, aR_1\, aR,$$
$$I_2 = I_0\, aRaR_2\, a\,(1 - R).$$

$I_1 = I_2$ à la seule condition que les coefficients de réflexion R_1 et R_2 de M_1 et M_2 soient égaux. Il en résulte que la visibilité des franges devrait être proche de l'unité : on se place en effet toujours dans la région de différence de marche zéro et les dimensions de la fente placée au foyer de C sont en deçà des limites de tolérance (facteurs de cohérence chromatique et spatiale voisins de 1). Mesuré pour une fréquence N de quelques franges par millimètre, le contraste reste au voisinage de 0,96 dans les conditions habituelles de manipulation.





(b)

Fig. 49

4,2 **Montage mécanique des pièces optiques** (*fig.* 49 *a* et *b*). **Réglages.**

Sur la base support de tous les éléments, on peut fixer, par construction, l'orientation en azimut de la séparatrice : on réglera ensuite, une fois pour toutes, l'incidence ($i = i_{\text{brewst.}}$, soit 56° 39′ pour $n = 1{,}52$) du faisceau sur cette séparatrice en manœuvrant l'ensemble de l'appareil. La compensatrice et les miroirs M_1 et M_2 sont montés, pourvus des réglages convenables, suivant une géométrie idéale pour leurs positions moyennes. S*p* est une glace à faces très parallèles, de verre parfaitement homogène, taillée à l'Institut d'Optique.

Sa planéité, de l'ordre de $\frac{\lambda}{20}$, en fait une très belle pièce pour ses dimensions (109 × 65 × 12 mm). La compensatrice est de même qualité, mais plus petite (94 × 65 × 12). Ces deux glaces sont montées dans des cadres de laiton où elles sont serrées par l'intermédiaire de morceaux de liège qui appuient sur leurs tranches, et les maintiennent rigidement sans risque de déformation au serrage. Le seul degré de liberté laissé à S*p* est une légère rotation d'avant en arrière, autour d'un axe horizontal situé un peu en dessous et dans un plan voisin de celui de séparation des faisceaux : une vis *v* assure cette rotation autour de l'axe *bb′* matérialisé par deux billes logées entre la plaque sur laquelle est fixé le support de S*p*, et une seconde plaque rattachée à la base par deux pieds visibles sur la photographie.

La compensatrice est montée de la même manière, mais sa semelle est portée par un dispositif qui permet une rotation autour d'un axe vertical passant dans un plan moyen. Nous allons décrire ce dispositif, utilisé également dans le montage du miroir M_2.

Rotation autour d'un axe vertical obtenue par élasticité.

Soit une lame ressort OE de longueur *l*, dont le plan de symétrie est le plan horizontal O ξ, O η (*fig.* 50). Une force *f* appliquée à l'extrémité E, perpendiculairement à O η et dans le plan O ξ, O η, produit une flexion plane de la lame. Pour une section quelconque de la lame, le moment du couple de fléchissement, Γ, est fonction de la courbure prise par la lame sous l'action de *f* (1); il est donné par :

$$\Gamma = \frac{E}{\rho} j,$$

où *j* est le moment d'inertie de la section droite par rapport à un axe vertical passant par la fibre neutre de la lame, ρ le rayon de courbure, E le module d'Young. Dans le plan (O ξ, O η), on peut exprimer la courbure en un point P de coordonnées ξ, η; elle vaut :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\dfrac{d^2\xi}{d\eta^2}}{\left[1 + \left(\dfrac{d\xi}{d\eta}\right)^2\right]^{3/2}},$$

(1) Fleury et Mathieu, *Mécanique Physique*, p. 119 (éd. Eyrolles).

soit encore $\frac{1}{\rho} \sim \frac{d^2 \xi}{d \eta^2}$ pour une flexion peu importante, c'est-à-dire si la courbure est faible $\left[\left(\frac{d \xi}{d \eta}\right)^2 \text{ est alors négligeable}\right]$.

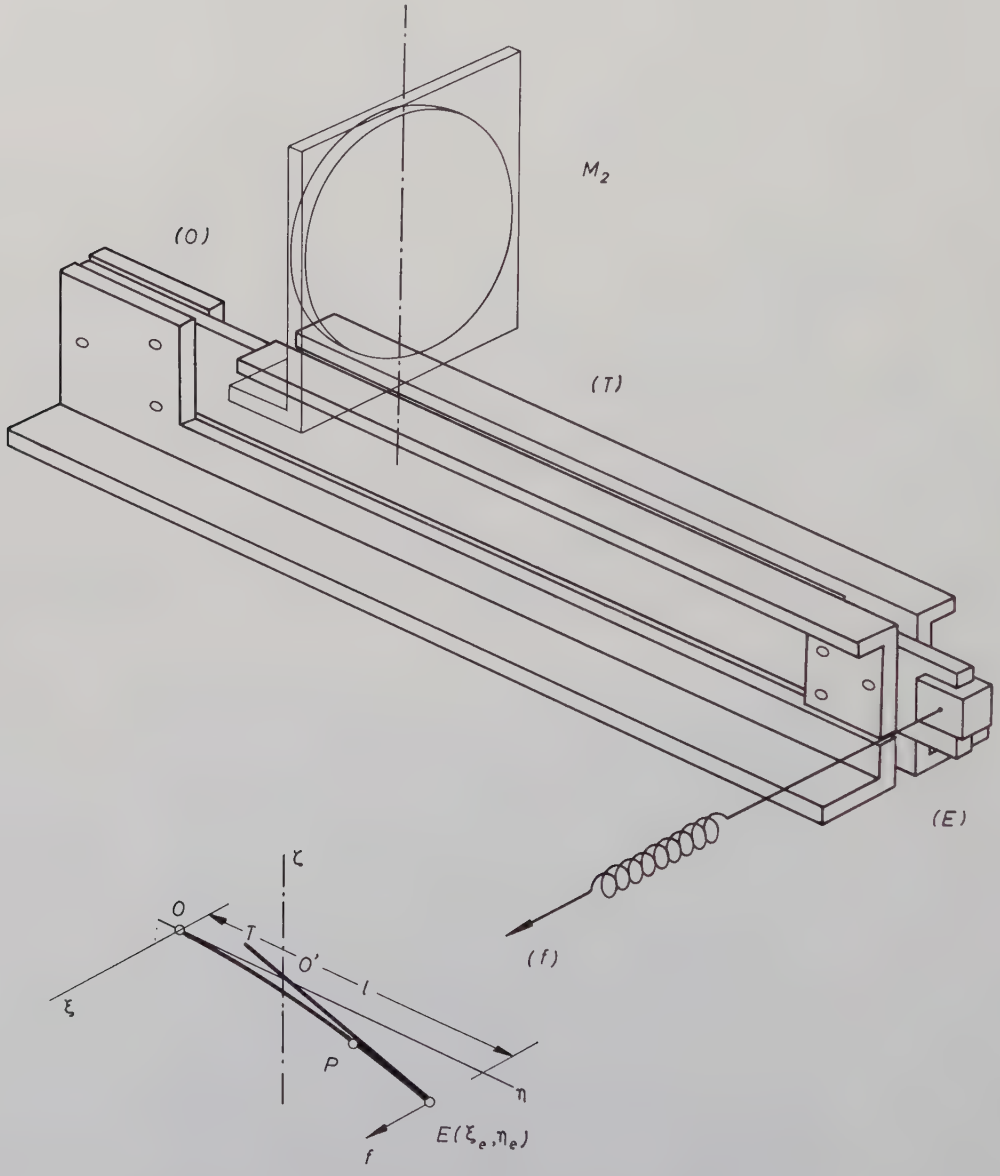


Fig. 50

Le moment du couple de fléchissement a donc pour expression :

$$\Gamma = E_j \frac{d^2 \xi}{d \eta^2}.$$

A l'équilibre, ce moment est égal au moment de f par rapport à $P(\xi, \eta)$, c'est-à-dire :

$$E_j \frac{d^2 \xi}{d \eta^2} = f (l - \eta) \quad (1);$$

l'intégration de cette équation donne :

$$\xi = k\left(l \eta^2 - \frac{\eta^3}{3}\right) \qquad \text{avec} \qquad k = \frac{E_j}{2 f}.$$

Maintenant, soient ξ_e, η_e les coordonnées de l'extrémité E; la tangente en E a pour équation :

$$\left(\frac{d \xi}{d \eta}\right)_{\eta = \eta_e} = \frac{\xi - \xi_e}{\eta - \eta_e},$$

soit encore :

$$\xi = k\left[\left(\frac{2}{3}\eta_e - l\right)\eta_e^2 + (2 l - \eta_e)\, \eta_e\, \eta\right].$$

Compte tenu du fait que pour une flexion faible $\eta_e = l$, à un terme du second ordre près, l'intersection de cette tangente avec l'axe $\xi = 0$ sera le point O′ de coordonnées :

$$O' \begin{cases} \xi_0 = 0, \\ \eta_0 = \dfrac{l}{3}. \end{cases}$$

Ce point O′ est donc fixe, ce qui veut dire qu'une tangente ET — matérialisée par une barre rigide telle que (T) dans la figure supérieure — passera toujours par le point O′ tant que le déplacement de l'extrémité E restera faible. L'axe O η est constitué par deux cornières vissées dans la base de l'interféromètre. Ces cornières assurent en O l'encastrement de la lame OE, sollicitée à l'extrémité par la force de traction f (2) d'un filin d'acier qui s'enroule sur un petit treuil, *tr*, visible dans la *figure* 49 *a*. Le ressort à boudin intermédiaire, *rb*, donne plus de souplesse à l'entraînement de l'extrémité E. Notons que pour le miroir M_2, le déplacement de E peut se faire de part et d'autre de l'axe O η grâce à un second filin, en traction dans le sens opposé à f; un réglage a été prévu sur le renvoi de commande du treuil d'enroulement de ce filin, il permet de déplacer le point d'application de la résultante des deux forces parallèles et de sens opposés qui entrent ainsi en jeu et d'ajuster finement la position de O′. Le plan du miroir M_2, dont la semelle-support est fixée sur T, contient l'axe vertical O′ ζ et tourne autour de cet axe lorsqu'on fait agir f (ou la force antagoniste). Il est facile de vérifier si O′ ζ se trouve exactement

(1) Il n'y a pas lieu de tenir compte du poids de la lame (qui ne pourrait introduire qu'une composante dans le plan vertical) : du fait de ses dimensions et de l'encastrement, il ne peut y avoir flexion dans un plan vertical.

(2) L'extrémité E sur laquelle est montée la poutrelle supérieure ne semble pas aussi bien définie que le voudrait la théorie. Il faut remarquer cependant que cette poutrelle est double et enserre la lame flexible à la manière d'un serre-joint; aucune des fibres de la lame n'est donc déformée dans cette région et tout se passe comme si le point d'application de la force f était quelque peu déplacé vers O, ce qui modifie légèrement son moment, mais ne change rien au mode de calcul du couple de fléchissement. En outre, la flèche étant toujours faible, la tangente à la lame déformée reste quasiment confondue avec la lame, assez loin de E. L'expérience vérifie d'ailleurs parfaitement cette détermination du point fixe O′ et de l'axe O′ ζ.

dans le plan de M_2 par le déplacement de la région centrale des franges d'interférences : la frange zéro doit rester immobile lorsqu'on fait varier la fréquence des franges par rotation de M_2, le système afocal étant mis en place (cf. § 3). On a constaté que cette frange était encore rigoureusement fixe pour des fréquences N de l'ordre de 80 mm^{-1}, c'est-à-dire pour un angle de rotation voisin du degré.

Les réglages particuliers du miroir M_2 sont effectués pour une position moyenne du système qui vient d'être décrit. Ils sont réalisés au moyen de deux vis, v_2, dont les boutons sont traversés par de longs leviers (voir *fig.* 49 *a*) : ces vis commandent des rotations autour d'axes situés respectivement dans un plan vertical et dans un plan horizontal; une bille, serrée entre le porte-miroir proprement dit et la contre-plaque solidaire de la semelle, est le troisième sommet du triangle rectangle isocèle dont les deux autres sommets sont les vis v_2. Les ressorts en forme de triangles sphériques, *w*, sont bloqués en fin de réglage et rendent possible, par une tension plus ou moins grande obtenue en serrant leur vis de maintien, d'ajuster l'orientation de M_2 d'une fraction de frange.

Miroir M_1. *Variation de la différence de marche.*

Le porte-miroir est installé à l'intérieur d'un cadre-console sur lequel il appuie par trois points; il repose, par sa tranche, sur deux barres cylindriques. Au dos de ce porte-miroir sont disposées les butées d'appui de trois ressorts plats, *p*, qui agissent comme des leviers sous l'action des vis poussoirs, v_1. L'amplitude du mouvement permis par le jeu de ces vis et ressorts — travaillant seulement à la déformation élastique du métal comme dans le montage classique des étalons Fabry-Pérot — ne peut guère dépasser quelques longueurs d'onde. Aussi, commence-t-on le réglage fin de l'interféromètre par celui de la console de ce miroir : sa semelle, très longue, est susceptible de basculer légèrement autour d'un axe horizontal au moyen d'une vis située très en avant du plan de M_1 (photographie, *fig.* 51). D'autre part, la partie inférieure immobile de la glissière qui supporte l'ensemble est fixée sur la base de l'interféromètre par des vis logées dans des trous ovalisés, offrant juste le jeu nécessaire lors de la mise en place définitive. Cette glissière comporte deux barres calibrées, *b*, serrées entre vés sur un socle, sur lesquelles se déplace la plaque porte-semelle de M_1. Le chariot, *ch*, repose théoriquement en cinq points sur les barres, *b*, par l'intermédiaire de deux vis de guidage sur l'une des barres, par contact plan-génératrice du cylindre sur l'autre. Son déplacement est assuré au moyen d'un palmer, *pm*, convenablement placé, et d'un ressort de rappel de tension réglable, installé sous le chariot, entre les barres. Cet arrangement permet d'avancer et de reculer le chariot d'environ 12 mm de part et d'autre de la position pour laquelle la différence de marche est nulle, sans affecter la direction initiale des franges.

Support antivibratoire.

La stabilité d'un appareil du type Michelson est toujours délicate à réaliser de façon satisfaisante. A chaque stade de la mise en œuvre du support ici décrit, différents essais ont été faits afin d'éprouver les qualités antivibratoires de chaque « étage ». L'un des tests les plus intéressants, parce qu'il représentait l'une des causes de perturbation difficile à détecter, puis à éliminer, était le phénomène de résonance dû aux vibrations provenant d'une salle de machines située à une vingtaine de mètres et non contiguë au

laboratoire, également au rez-de-chaussée. On plaçait un galvanomètre de ZERNICKE, très sensible, sur le support de l'interféromètre et l'on enregistrait les vibrations de son cadre lorsque les machines tournaient.

La table du périodographe — sur laquelle sont installés l'interféromètre et ses accessoires (système afocal, dispositif de balayage des franges), le récepteur et le PM — est une dalle de pierre supportée par des murettes de briques érigées à même le sol (il n'y a pas de cave sous le laboratoire). Il est curieux de remarquer que, durant l'hiver qui a suivi la construction des murettes, celles-ci isolaient totalement des vibrations

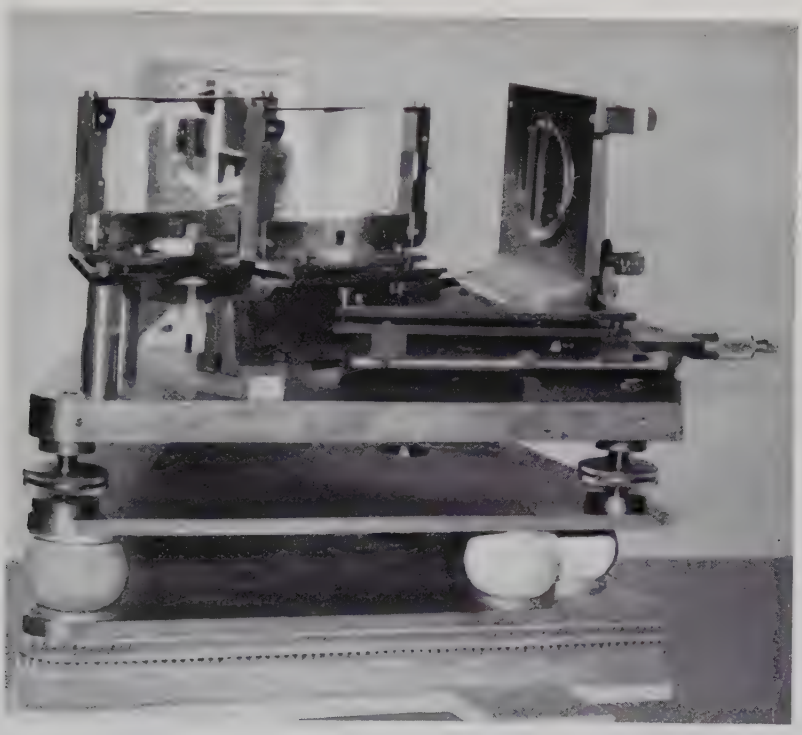


Fig. 51

extérieures un appareil posé directement sur la dalle. Ensuite, les joints desséchés transmirent de plus en plus facilement les vibrations de fréquences de plus en plus élevées, nécessitant plusieurs intermédiaires entre cette dalle et la base de l'interféromètre.

La suite des empilements des différents matériaux est visible sur la photographie (*fig.* 51) et schématisée *figure* 52 (1) : dalle de pierre; (2) : contre-plaqué 10 mm; (3) : revêtement de plafond pour isolation acoustique; (5) : feuille de caoutchouc dur entre deux tapis de caoutchouc souple (4), dont les faces en regard présentent un réseau de pointes de quelques millimètres de haut et relativement serrées; (7) : plaques d'acier de 5 mm; (6) : balles de caoutchouc mousse positionnées par des rondelles d'aluminium : ces balles, convenablement placées, constituent d'excellents filtres de vibrations résiduelles malgré le balancement qu'elles semblent engendrer; les mouvements de grande amplitude amorcés par le moindre choc sur la plate-forme supérieure, lors du

réglage, par exemple, sont rapidement amortis; les trois vis calantes massives (9), posées sur billes logées dans les cônes des crapaudines (8), permettent de rendre la base (10) horizontale.

La base support (10) des pièces optiques et mécaniques est une plaque de fonte de 25 mm d'épaisseur, quadrilatère symétrique à deux angles droits et dont l'angle

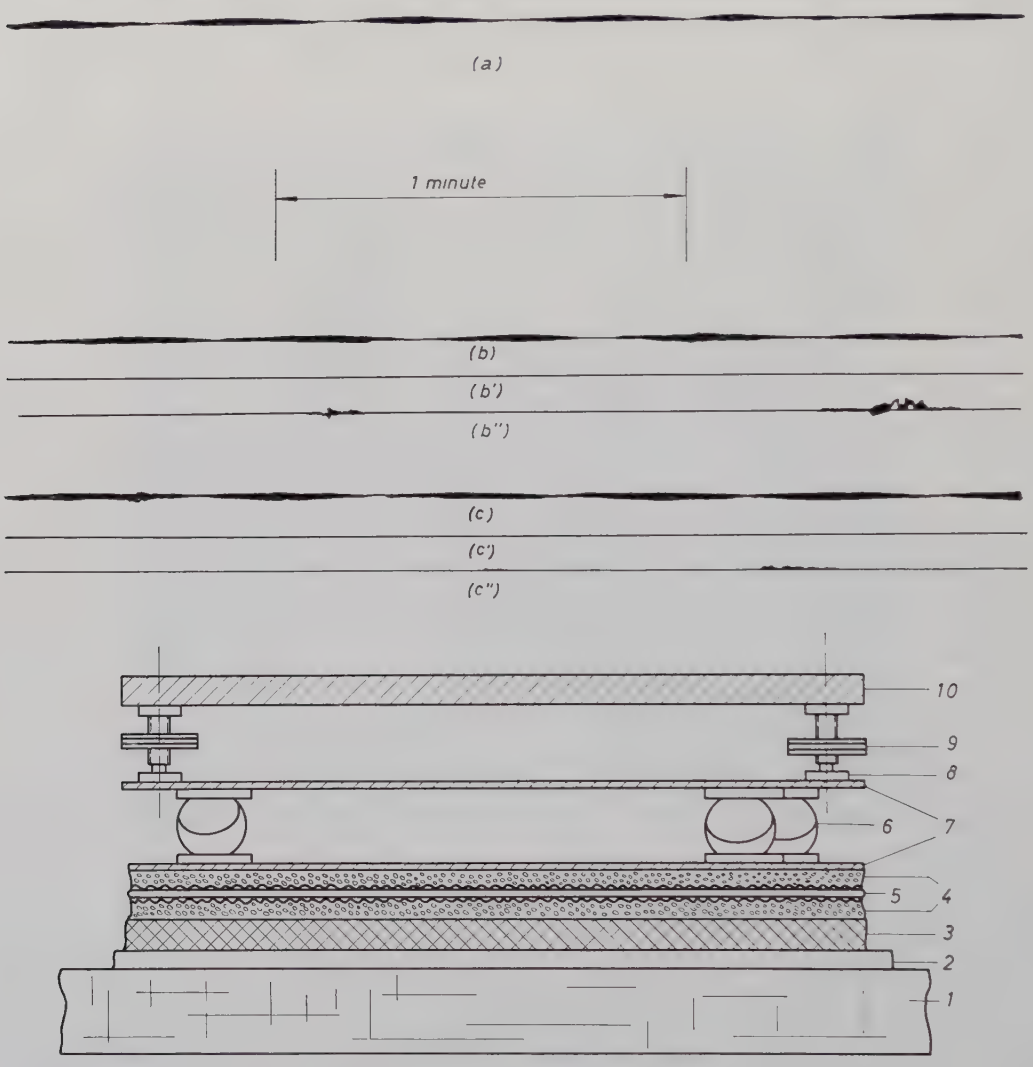


Fig. 52

obtus vaut deux fois l'angle de Brewster : ses dimensions sont minimales afin de laisser très accessible chacun des éléments de réglage.

Les enregistrements de la *figure* 52 correspondent aux manipulations suivantes, où le récepteur de vibrations était le galvanomètre Zernicke indiqué plus haut : (*a*), résonance des vibrations provenant de salle de machines (machines en marche), récepteur sur la dalle (1); (*b*), mêmes éléments, récepteur sur matériau (3), la période

de résonance semble légèrement différente; (b'), machines arrêtées, récepteur sur (3), période calme (soir); (b''), mêmes éléments, vibrations du sol, passages de camions dans la rue; (c), récepteur sur plaque inférieure (7), machines en marche; (c'), récepteur sur (10), machines en marche, milieu de la journée : toute vibration a disparu; (c''), récepteur sur (7) inférieure, machines à l'arrêt, même moment dans la journée.

Réglage optique et mécanique de l'interféromètre.

Il est effectué suivant la méthode habituellement utilisée pour le Michelson. Faisons seulement quelques remarques :

a) après avoir amené la base à l'horizontalité, on rend verticales et parallèles les deux lames S*p* et C*p*, en faisant autocollimation simultanée sur chacune des faces de C*p* et de S*p* (l'une des images est évidemment plus brillante) et sur la surface du mercure contenu dans un petit cristallisoir placé sur la base : au-dessus de cette surface de mercure, une équerre optique permet de définir l'axe horizontal de la lunette autocollimatrice utilisée. Étant donné la qualité des lames, les cinq images peuvent être vues en même temps dans le plan focal de la lunette. La verticalité des miroirs M_1 et M_2 est obtenue de la même manière;

b) du fait qu'on n'est jamais très loin de la différence de marche nulle entre les deux bras de l'interféromètre, après le réglage géométrique qui vient d'être exposé, on obtient toujours des franges lorsque l'on superpose les deux images de la fente F éclairée par une source auxiliaire (lampe à vapeur de sodium). Il est facile, ensuite, d'arriver au parallélisme d'un miroir avec le conjugué du second dans S*p* et à $\delta_0 = 0$. Enfin, le passage en lumière totale fournie par une lampe à incandescence et superposée à la lumière monochromatique polarisée venant de la lampe à Hg à travers MP, permet de repérer exactement la frange d'ordre zéro;

c) l'orientation de S*p* suivant l'angle i_B ayant été effectuée grossièrement par construction, puis, une fois pour toutes, lors d'un premier réglage, il suffit soit d'amener M_1 perpendiculaire au faisceau issu du collimateur, si S*p* a été réglée par rapport à cette orientation, soit, ce qui est pratiquement le cas lorsque S*p* a été orientée par rapport au bord de la base, de régler M_1 par rapport à ce même bord, puis de manœuvrer tout l'appareil de manière à ce qu'il y ait autocollimation du faisceau incident sur M_1 avec retour sur la fente F du collimateur (un petit prisme à réflexion totale placé contre la fente F et obturant seulement la moitié de cette fente, renvoie en dehors de l'axe la lumière réfléchie sur M_1 : on vise aisément l'image de retour, lorsque celle-ci est en F, et l'orthogonalité de M_1 avec le faisceau incident est très précise).

5 VARIATION DE LA PÉRIODE DE P (x)

Pour faire varier la fréquence des franges dans leur plan d'utilisation, deux systèmes ont été utilisés : l'un, à commande manuelle, met en jeu la flexion décrite au paragraphe précédent (M_2), l'autre est indépendant de l'interféromètre et peut fonctionner automatiquement.

5,1 **Variation continue de l'angle des faisceaux interférents.**

Un aperçu de l'arrangement permettant cette opération a été publié [14], les principes directeurs de sa réalisation ainsi que les questions de tolérances mécaniques ont déjà été développés [T.L.]. Soit un diasporamètre constitué par deux prismes identiques d'angle faible (un peu moins du degré), susceptibles de tourner suivant des sens opposés autour d'un axe commun, perpendiculaire à leurs plans bissecteurs. L'ensemble de ces deux prismes est équivalent à un prisme unique d'angle variable : lors de la rotation, à un rayon incident suivant l'axe correspond un émergent qui balaye un certain angle du plan horizontal si, à l'origine, les prismes ont été orientés tête-bêche, leurs arêtes étant horizontales.

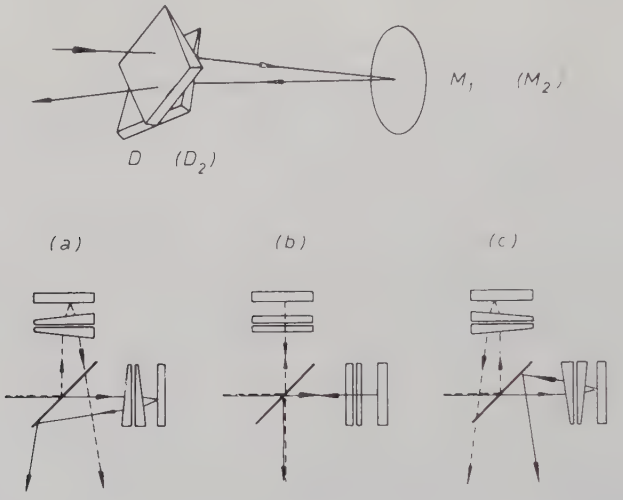


Fig. 53

Examinons maintenant la situation lorsque deux diasporamètres identiques sont disposés sur l'un et l'autre des bras de l'interféromètre, les miroirs M_1 et M'_2 (image de M_2 dans Sp) étant parallèles. Chacun d'eux dévie le rayon cheminant suivant l'axe de quantités égales lorsqu'on a placé les diasporamètres en position antisymétriques à l'origine et si, de plus, ils sont entraînés à la même vitesse en des sens opposés. Cette situation est schématisée par la *figure* 53 représentant les positions successives du dispositif. Le dispositif complet, monté sur un pont indépendant de l'interféromètre, est visible sur la photographie, en fin de chapitre. Les diasporamètres sont indiqués D_1 et D_2; le système d'entraînement, déconnecté, ne figure pas sur la photo.

Dans la référence citée [T.L.], nous avions montré que lorsque l'ensemble a tourné d'un angle β, l'angle des deux faisceaux émergents était le même, compte tenu des réflexions sur M_1 et M_2 et du second passage à travers les prismes, que celui obtenu par une rotation θ de l'un des miroirs par rapport à l'autre et telle que :

$$\theta = 4\,\alpha\,(n - 1)\sin\beta,$$

où α est l'angle d'un prisme d'indice de réfraction n.

On en déduit la loi de variation de la fréquence N des franges en fonction de l'angle de rotation :

$$N = 8 \frac{\alpha}{\lambda} \cdot (n - 1) \sin \beta.$$

Cette relation fournit la valeur maximale, N_m, qui peut être obtenue au moyen de ce système pour des prismes d'angles donnés ($N_m = 134$, dans notre cas). Elle indique d'autre part que si l'on désire une loi de variation linéaire de N en fonction du temps, il est nécessaire de transformer le mouvement circulaire uniforme du moteur d'entraînement en un mouvement en arc sin $\left(\frac{N}{N_m}\right)$. La transformation est obtenue au moyen de deux glissières orthogonales fixées l'une sur l'autre (photographie, *fig.* 54); le chariot

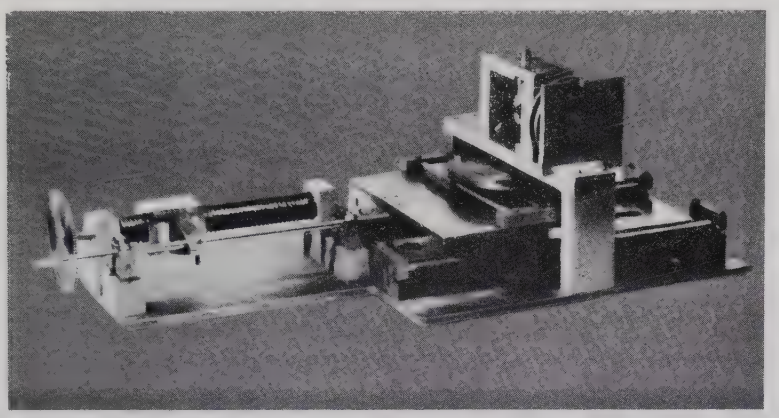


Fig. 54

de la glissière inférieure est entraîné d'un mouvement uniforme par l'intermédiaire d'une tige et d'un écrou solidaires d'une vis reliée au moteur; le chariot supérieur est lié à un point de la périphérie d'un disque tournant autour d'un axe fixe : on montre que la loi de mouvement de ce point satisfait à la condition de transformation.

Le temps mis pour passer de la fréquence $N = 0$ à $N = N_m$ est ajusté grâce à un variateur installé sur le moteur d'entraînement. Il varie de quelques minutes à une heure environ.

La principale critique qui peut être opposée à ce dispositif est qu'il introduit quatre dioptres (les quatre surfaces des prismes) suivant chacun des bras de l'interféromètre, c'est-à-dire huit traversées supplémentaires pour chaque rayon. A la déformation des ondes interférentes s'ajoute une dépolarisation inévitable qui abaisse le contraste des franges. Néanmoins, le système est pratique en ce sens qu'il permet de parcourir assez rapidement la gamme de fréquences N, sans déplacer sensiblement la frange zéro; l'oscillation des franges de part et d'autre de la verticale, lors de la rotation des prismes, est suffisamment faible pour ne pas affecter la mesure.

Remarque.

La rotation des diasporamètres doit être assez lente pour que la variation de fréquence des franges dans le plan de (D) soit elle-même lente. Il faut en effet que

plusieurs franges puissent défiler sur (D) pendant un intervalle de temps durant lequel on peut considérer la fréquence N comme stationnaire. Les variations du flux $\Phi(x_0; N_i)$ au cours de cet intervalle sont encore sinusoïdales, de période et d'amplitude pratiquement constantes. Le passage d'une valeur N_i à une valeur N_j se faisant de façon continue, aux très basses fréquences l'appareil enregistreur suit facilement l'évolution de la courbe représentative de $\Phi(x_0; N)$, mais dès les valeurs $N > 5$, l'amortissement est tel que l'enregistrement en courant continu n'a plus de sens. On affiche alors l'évolution sur l'écran de l'oscilloscope, l'examen n'a pas seulement qu'une valeur qualitative : il renseigne sur la région du spectre présentant des fréquences dominantes et constitue un véritable *explorateur de spectres*, comparable aux analyseurs de fréquences de temps.

5,2 Variation de N par modification de l'orientation du miroir M_2.

On conserve toutes les qualités optiques des lames et miroirs de l'interféromètre, c'est-à-dire la rectilinéarité des franges et la visibilité maximale de $P(x)$ à la sortie de l'appareil, en évitant l'introduction des diasporamètres et en faisant tourner M_2 autour de l'axe vertical $O'\zeta$ de son plan, comme indiqué en 4,2.

L'exploitation du périodographe est en un sens plus complète dans le fonctionnement en commande manuelle, du fait d'abord de la souplesse de variation de N et ensuite de la précision de mesure, puisqu'il s'agit d'une méthode statique. Il y a peu d'avantages à adjoindre un mécanisme de commande de la rotation du miroir : un renvoi par pignons et tringlerie assure la manœuvre sans à-coup tout en permettant à l'opérateur de suivre le phénomène sur le papier d'enregistrement ou sur l'écran du tube cathodique (ou encore, simultanément, sur l'un et l'autre appareil).

L'intérêt du procédé est d'autant plus marqué si l'on cherche à déterminer la distorsion en phase introduite par (D) : que celle-ci soit mesurée à l'oscilloscope travaillant en Lissajou, ou par l'écart entre deux points homologues des courbes de flux traversant, respectivement, (D) et la pupille de référence; les moyens qui devraient être mis en œuvre pour suivre l'évolution continue de cette phase nous apparaissent disproportionnés, tandis que la détermination fréquence par fréquence est relativement économique, surtout dans les cas où l'évolution de la phase peut être prévue grossièrement.

L'autre avantage de cette méthode est d'être à même d'augmenter la sensibilité des mesures en allongeant la durée d'enregistrement pour chaque fréquence étudiée : le nombre de franges qui défilent devant (D) est aussi grand que l'on veut et la moyenne de la visibilité de Φ, établie à partir d'un nombre important de maximums et de minimums, fournira une valeur de la fonction de transfert de contraste définie avec une meilleure précision.

6 DÉFILEMENT DES FRANGES DANS LE PLAN DE (D)

Le problème consistant à faire effectuer un mouvement de translation rectiligne et uniforme à la répartition sinusoïdale $P(x)$ doit être abordé différemment, suivant que l'ensemble récepteur-appareil de mesure adopté est du type alternatif ou continu. Dans le premier cas, le défilement des franges est rapide, le signal est envoyé sur un

amplificateur sélectif dont la bande passante est ajustée dans la région des fréquences du signal à analyser. Dans le second, le défilement est nécessairement lent et l'on peut alors faire appel à des mécanismes fonctionnant en va-et-vient, commandés par came.

Nous avons pratiqué les deux méthodes; dans l'une comme dans l'autre, le déviateur mobile peut être utilisé en réflexion (miroirs) ou en transmission (lames ou prismes).

6,1 **Fonctionnement en continu. Balayage va-et-vient à vitesse lente.**

6,11 Libration d'une lame a faces parallèles.

Au début de cette étude, nous avons utilisé le déplacement latéral d'un faisceau parallèle traversant une *lame à faces parallèles* sous une inclinaison variable. Par libration de la lame autour d'un axe vertical de son plan moyen, on faisait défiler les franges contenues dans le faisceau émergent dans un sens puis dans l'autre, suivant l'axe horizontal du plan (D) perpendiculaire aux franges. Lorsqu'on discute les aberrations introduites par la lame déviatrice [T.L.], on montre que le procédé est limité à des inclinaisons faibles, c'est-à-dire à des déviations ne permettant pas de faire passer un grand nombre de franges dans le plan de la pupille.

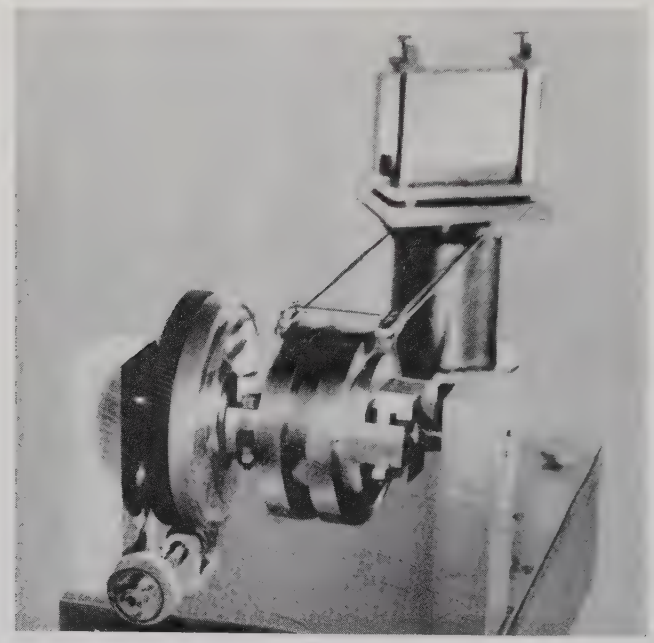
6,12 Balayage par rélexion sur un miroir entrainé par came.

Sur le trajet du faisceau transportant P (x) on interpose le miroir M qui réfléchit le faisceau vers le plan de (D). M est installé sur une plate-forme munie des réglages nécessaires pour amener la surface réfléchissante verticale [*fig.* 55 (*a*)]. Cette plate-forme est montée à l'extrémité d'un axe-pivot qui tourne sur paliers à billes à l'intérieur d'un cylindre. Deux tiges métalliques, remplacées plus tard par des bras plus complexes [*fig.* 55 (*b*)], constituent des leviers au moyen desquels un couple peut être exercé sur l'axe-support de la plate-forme, donc de M. Le collier de serrage de cet axe est débrayable et permet d'orienter librement M lors du réglage. A l'autre extrémité, les bras de levier portent un très petit roulement à billes qui vient appuyer à flanc de filet d'une vis à pas carré. En fait, il s'agit de deux demi-vis juxtaposées : une vis au pas, à droite, et une vis au pas, à gauche, ont été coupées suivant des plans diamétraux, puis une moitié de l'une a été accolée à une moitié de l'autre : l'assemblage constitue une came hélicoïdale qui entraîne le roulement porté par l'extrémité du levier à vitesse constante et dans la direction de son axe de rotation. L'amplitude du déplacement est 10 mm. Lorsque la came tourne d'un mouvement circulaire uniforme produit par un moteur en bout d'axe de la vis tangente visible en bas, à gauche, sur la photographie, les extrémités liées des bras de levier effectuent un aller et retour et le miroir M engendre un balayage (1) en va-et-vient du faisceau réfléchi dont la courbe en dent de scie a été enregistrée [*fig.* 56 (*a*)]. L'angle de balayage est 2° 16′ (2). Le temps mort au changement de sens du miroir est

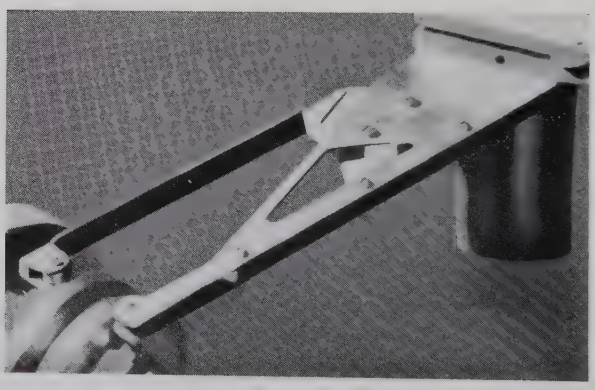
(1) La démultiplication moteur-vis tangente-came et miroir est 1/31; on utilise généralement des moteurs synchrones tournant entre 60 et 200 tr/mn.

(2) Si l'angle de balayage est 2 ε, on montre que l'erreur de localisation du plan d'utilisation, c'est-à-dire le déplacement en profondeur de ce plan par rapport au plan de réglage, varie comme ε^2; elle est donc négligeable à la précision de nos mesures. L'équivalence d'une translation de P (x) avec la rotation autour de l'axe de M est donc tout à fait justifiée.

réduit par l'ajustage des plans de coupes des deux moitiés de vis constituant la came : on évite un brusque ressaut en adoucissant l'angle de la bande de roulement, compte tenu du diamètre des touches-roulements à billes. Les enregistrements lents de la *figure* 56 (*b*) montrent les vibrations d'un faisceau réfléchi par M, lorsque les bras de levier sont les



(*a*)



(*b*)

Fig. 55

tiges cylindriques, par un bras rigide et une lame souple dont la plus petite dimension est celle suivant l'axe de déplacement. L'élasticité de la lame amortit pratiquement toute vibration; ne subsistent que celles qui pourraient être dues à des poussières ou à une irrégularité accidentelle dans le roulement à billes.

Effet du mouvement de la came sur l'enregistrement de $\Phi\,(x_0;\,N)$.

Dans la *figure* 57, on a superposé les enregistrements de Φ après passage d'une pupille (D) pour deux valeurs de la fréquence N des franges. [Notons une certaine

irrégularité d'ensemble, probablement due à une modulation supplémentaire du flux arrivant sur (D).] La période de variation de Φ et la période de la courbe en dents de scie étant en général incommensurables, le changement de sens du balayage se traduit simplement par le « retour », qu'on a entouré d'un cercle. Ici encore, les variations de la

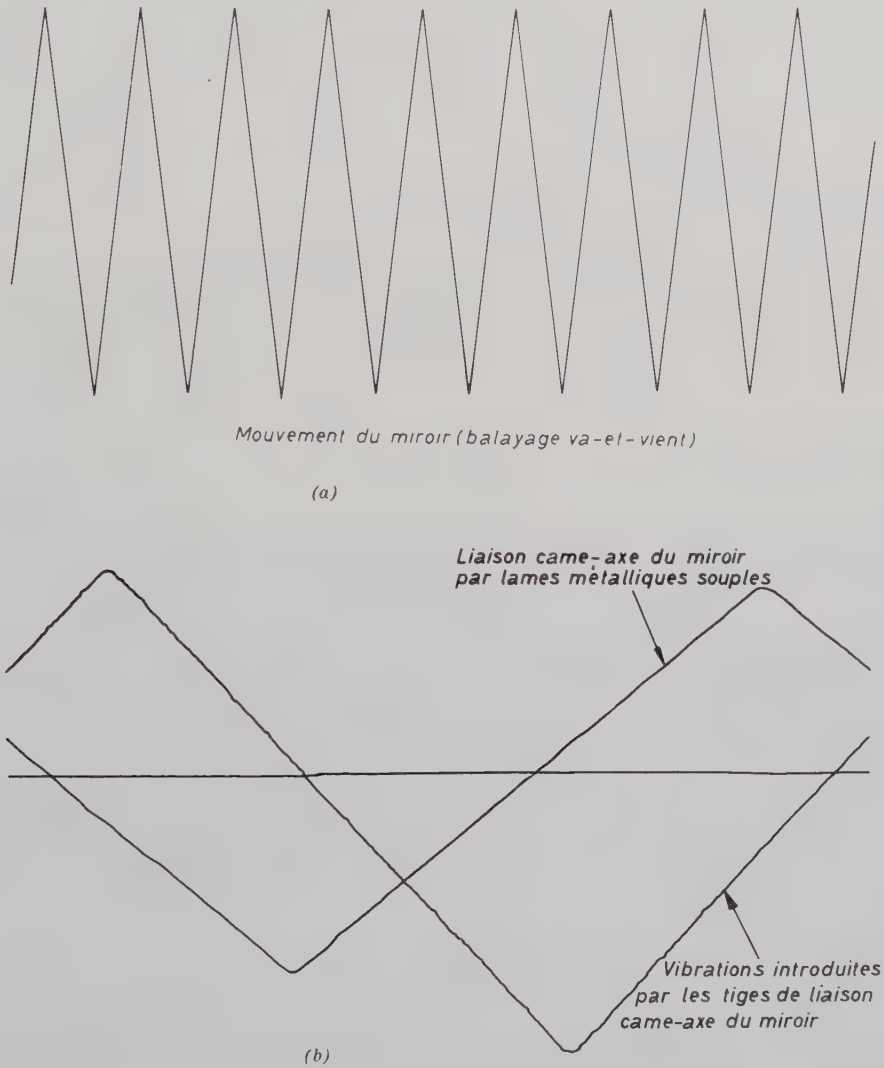


Fig. 56

période de P (x) par commande manuelle étant tout à fait indépendantes du mécanisme de translation, le mouvement de la came n'amène aucun inconvénient.

Remarque.

On dira que le périodographe fonctionne en appareil semi-automatique toutes les fois que la translation $x - x_0$ de P (x) sera commandée par un moteur (avec l'intermédiaire d'une came dans la libration de M, par exemple) et que le changement de fréquence N sera commandé directement par l'opérateur.

6,2 **Fonctionnement en alternatif. Balayage rapide.**

Dans l'élaboration d'une méthode d'étude des bandes sonores de film, nous avons été amené à examiner des transparences dont les spectres sont relativement complexes. L'appareillage dont nous disposions ne permettait pas d'éviter la « bande interdite » correspondant à des fréquences temporelles au voisinage de 50 Hz. Il semble alors naturel de transporter le domaine des fréquences habituelles de travail — très basses — vers des fréquences de l'ordre de quelques kilohertz, pour lesquelles nous disposions

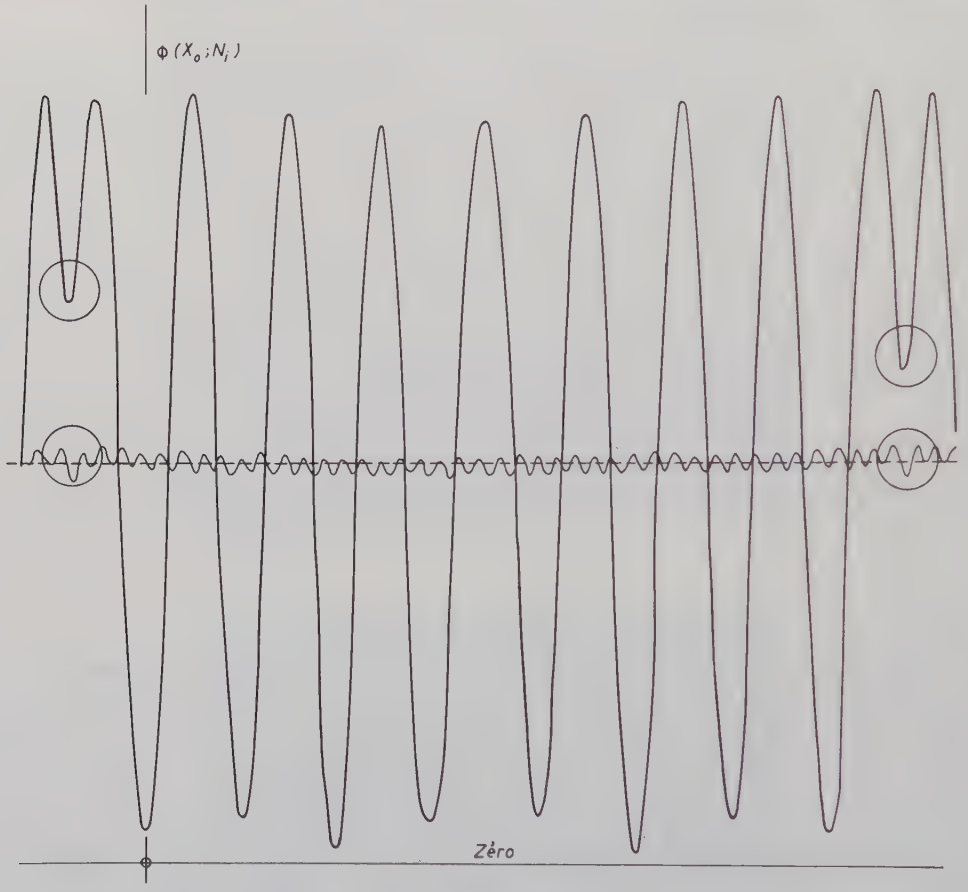


Fig. 57

d'un analyseur électronique pouvant faire office d'appareil de mesure (le spectre est affiché sur un écran de tube cathodique, toutes les fréquences de la gamme choisie étant balayées automatiquement en 15 ou 150 s). Dès lors, le problème est le suivant : faire défiler à grande vitesse la répartition P (x) devant (D) et traduire directement le spectre des fréquences spatiales contenues dans (D) en un spectre de fréquences temporelles, v, déterminé en une seule opération. Plusieurs questions vont donc se poser.

Choix du moteur d'entraînement du miroir tournant.

Une relation de correspondance doit lier la fréquence spatiale d'analyse N — qui est celle de la répartition P (x) — à la fréquence temporelle, ν, dont l'analyseur

électronique nous donnera l'importance relative dans le spectre; cette relation guidera le choix de la vitesse d'un moteur faisant tourner le miroir d'un mouvement continu uniforme.

Soit un rayon incident IM sur le tiroir tournant M. Si l'on veut faire défiler ν franges par seconde en un point P de (D) [*fig.* 58 (*a*)], il faut que la vitesse linéaire de l'extrémité r du réfléchi soit $v = \frac{\nu}{N}$. Maintenant, si la vitesse angulaire du miroir est $\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$ (n = nombre de tr/mn du moteur d'entraînement), la vitesse du rayon réfléchi Mr est 2ω. Donc, $v = 2\omega\rho$, si ρ est la distance du miroir au plan de (D), et, par suite :

$$\nu = \frac{4\pi n}{60} \cdot N\rho.$$

Exemple numérique : $n = 200$ tr/mn, $\rho = 100$ mm, $N = 10$ mm^{-1}; ceci donne $\nu = 40$ kHz — fréquence facilement étudiable à l'analyseur électronique. Ce type de moteur est très courant.

Le miroir tournant. Durée utile d'analyse.

Considérons la *figure* 58 (*b*). La pupille (D) est complètement recouverte par P (x) entre les instants t_1 et t_2 correspondant aux positions (1) et (2) de M. On appellera durée utile d'analyse l'intervalle de temps $t_2 - t_1$; elle donne la largeur du palier à peu près reproduit par le signal électrique si P (x) était une constante, c'est-à-dire le palier de la courbe d'éclairement moyen dans le plan (D). On peut se fixer une durée minimale utile qui serait celle représentée *figure* 58 (*c*), égale au temps de passage, τ, d'une frange de P (x) d'un bord à l'autre de (D). Ceci déterminera la largeur utile minimale du faisceau arrivant en (D), c'est-à-dire le champ nécessaire du miroir M. On voit immédiatement que la largeur utile du champ de franges doit être double de la largeur à analyser (D) pour que $t_2 - t_1 = \tau$. Si T est la période de rotation du miroir M $\left(T = \frac{60}{n}\right.$ pour un miroir plan réfléchissant sur une seule face$\left.\right)$, la durée utile d'analyse sera la fraction $\frac{T}{\tau}$ du temps. Évaluons ce rapport : soit l la largeur de (D) :

$$\tau = \frac{l}{v} = \frac{1}{2}\frac{l}{\omega\rho} = 60\frac{l}{4\pi\rho n},$$

d'où :

$$T = 4\pi\rho \cdot \left(\frac{\tau}{l}\right) \qquad \text{et} \qquad \frac{\tau}{T} = \frac{l}{4\pi\rho}.$$

Nous disposions d'un prisme octogonal en verre, de hauteur 35 mm, dont la surface optiquement correcte de chacune des faces a 26 mm de largeur environ. Après avoir aluminisé ce prisme, nous l'avons monté en bout d'arbre d'un moteur à puissance fractionnaire pour lequel $n = 200$ tr/mn. Dans l'étude entreprise par cette méthode, $l = 8$ mm et la largeur utile du miroir suivant l'inclinaison moyenne donnée au faisceau incident est 24 mm : la durée utile est donc 2τ pour chaque face. Pour les huit faces, la fraction utile du temps total est donc $16\frac{\tau}{T}$, soit $4\frac{l}{\pi\rho}$; si $\rho = 100$ mm, cette fraction

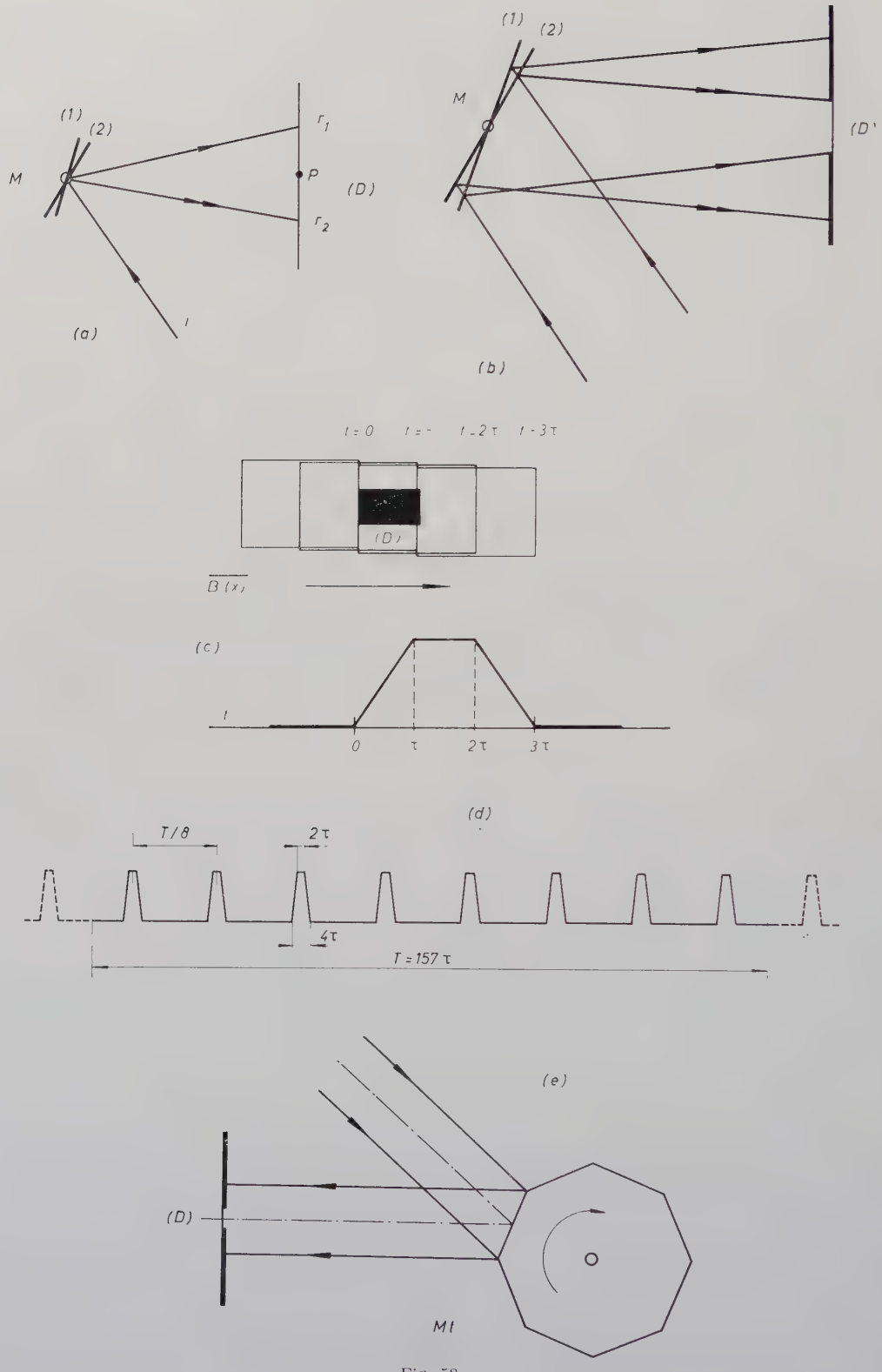

(1)
(2)
M
r_1
P
r_2
(D)
(a)
I
(1)
(2)
M
(D')
(b)
t = 0
t = τ
t = 2τ
t = 3τ
(D)
B(x)
(c)
I
0
τ
2τ
3τ
(d)
T/8
2τ
4τ
T = 157 τ
(e)
(D)
Mt

Fig. 58

représente 1/9,8 du temps de travail [*fig.* 58 (*d*)]. Chaque signal est séparé dans le temps de $\frac{T}{8}$ du suivant : la fréquence de répétition ν_r du signal va se retrouver dans le spectre affiché par l'analyseur électronique : il sera facile de l'isoler puisqu'on connaît la vitesse de rotation du moteur (pour $n = 200$, $\nu_r = 26{,}6$, c'est-à-dire fréquence très en dehors de la bande de travail).

Remarques.

a) On rejoint ici les méthodes utilisées par plusieurs auteurs : la relation $\nu = f$ (N) fournit un moyen d'analyse autour d'une valeur de ν qui peut être choisie arbitrairement, en fonction de la bande passante d'un amplificateur sélectif. Il suffit de faire varier de manière connue la vitesse de rotation n du moteur, lorsqu'on déplace la fréquence d'analyse N (mm^{-1}).

b) Comme nous l'avions annoncé, le déplacement des franges pourrait se faire par déviation à travers une lame à faces parallèles tournant en mouvement continu

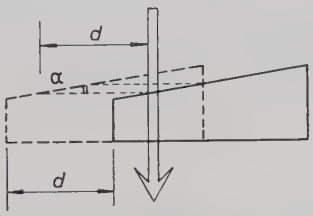


Fig. 59

rapide, ou encore à travers un prisme à base triangulaire (à condition que la lumière soit parfaitement monochromatique et qu'une faible partie seulement de l'angle balayé soit utilisée, ceci à cause des aberrations et de la courbure des franges introduite par le prisme).

c) Si l'expression du flux transmis par la pupille (D) est de la forme :

$$\Phi = A + B \,.\, T\,(N) \,.\, \cos\,(2\,\pi\,Nx + \varphi + \varphi'),$$

les maximums et les minimums peuvent être obtenus en faisant varier φ' à N ou x constante, φ' étant un retard supplémentaire arbitrairement introduit [17]. Par exemple, un prisme d'angle petit, α, se déplaçant perpendiculairement à l'un des faisceaux dans l'interféromètre, produira un retard correspondant à un nombre de franges K tel que (*fig.* 59) :

$$K = \frac{\delta}{\lambda} = (n - 1)\,\alpha\frac{d}{\lambda},$$

lorsqu'on le déplace de d. Ceci équivaut à faire défiler K franges dans le plan de (D), le nombre K étant indépendant de la période de P (x). On peut alors choisir la vitesse de translation du prisme pour que la période de variation du signal Φ se trouve dans une gamme donnée à l'avance.

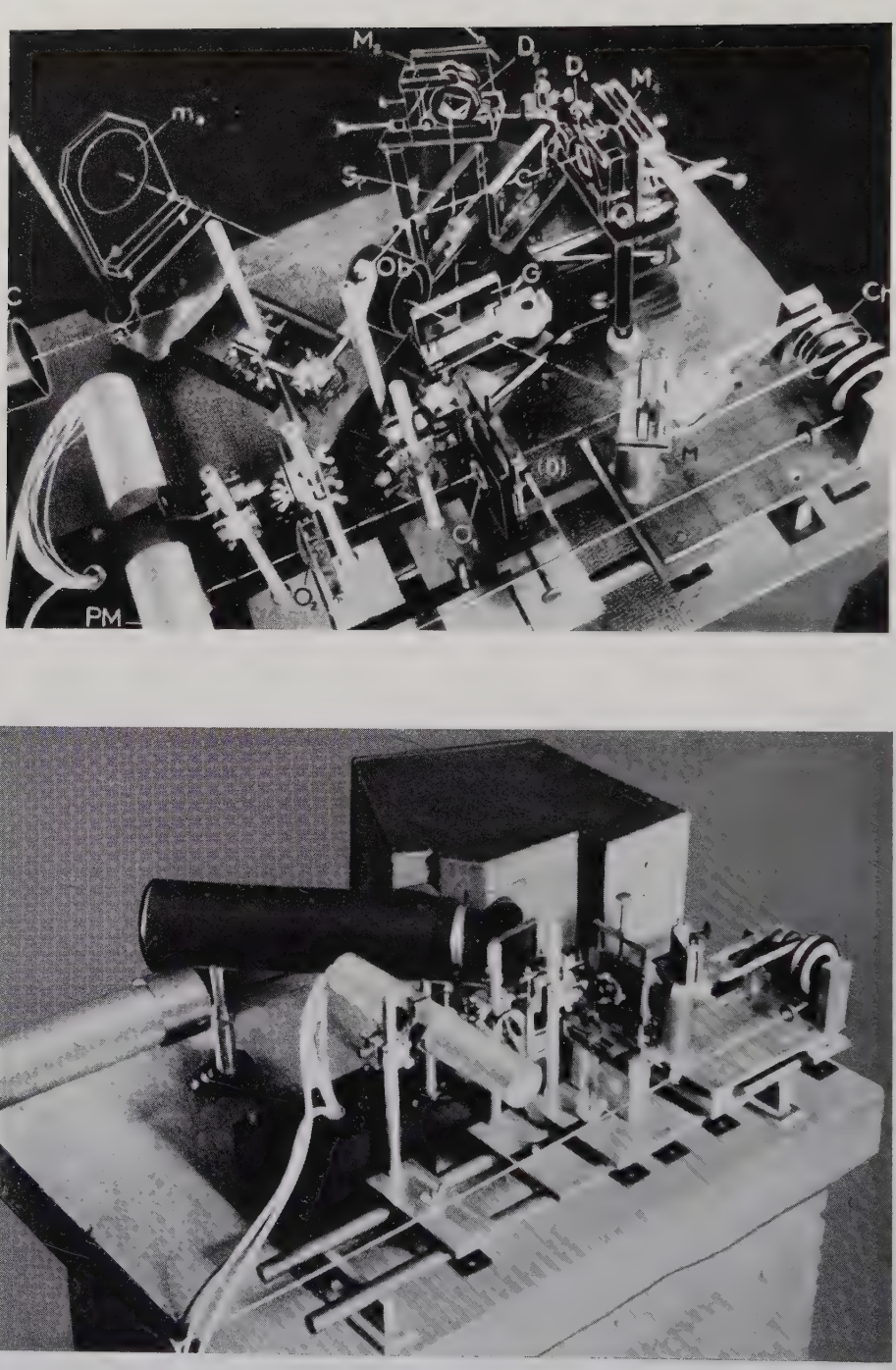


Fig. 60

7 ARRANGEMENT GÉNÉRAL DU PÉRIODOGRAPHE

La *figure* 60 montre les différents éléments installés sur la dalle support.

Le faisceau issu du collimateur C tombe sur la séparatrice S*p* de l'interféromètre sur lequel on a disposé les diasporamètres D_1 D_2 dont le système d'entraînement ne figure pas sur la photographie. A la sortie de l'interféromètre, la glace semi-transparente G renvoie les ondes interférentes vers le système afocal O*b* - m_a (ce système est maintenant monté dans un tube à travers la surface latérale duquel on a ménagé une ouverture pour le passage du faisceau incident). Au retour, après traversée de G, le faisceau transportant P (x) est réfléchi sur le miroir M dans la direction de (D). Les différentes pupilles (D) étudiées sont portées par une glissière permettant des déplacements de la région analysée suivant les deux directions du plan de front vertical conjugué de (M_2, M_1) dans le système afocal.

Juste en avant de (D), un petit prisme à réflexion totale recueille une partie du champ de franges qui est renvoyé à 90° de l'axe optique : la période des franges est ainsi mesurée au moyen d'un microscope auxiliaire (lorsque ces mesures ne sont pas effectuées à l'oscilloscope).

Le tube dans lequel sont installés les objectifs du collecteur de flux, O_1 et O_2, et la lentille cylindrique d'étalement C*y*, n'a pas non plus été mis en place ici, afin de suivre le trajet complet du rayon axial.

Enfin, le photomultiplicateur PM et son diviseur de tension sont également montés, par l'intermédiaire de tiges et plaques glissières portées par le banc optique commun au dispositif de balayage, au porte-pupille (D) et aux éléments du récepteur.

Chapitre VI

EXEMPLES D'ÉTUDE DE PUPILLES DU TYPE B.D.

1 RAPPELS DE QUELQUES RÉSULTATS

1,1 Sensibilité de la méthode.

Les mesures concernant la détermination de b (N) ont été conduites suivant l'une ou l'autre des deux techniques décrites, c'est-à-dire soit en repérant Φ_{max} et Φ_{min} moyens sur l'écran de l'oscilloscope, soit en enregistrant ces mêmes variations de Φ pour chaque valeur N_n. Dans chaque cas, on en tire la visibilité V_Φ et, par suite, l'ordonnée du point d'abscisse N_n sur la courbe $| b (N) |$. L'incertitude sur V_Φ est faible si la mesure est effectuée sur un grand nombre de périodes de Φ : on peut contracter ou dilater le temps en faisant varier la vitesse de libration du miroir M ou la vitesse de l'enregistreur (1); à l'oscilloscope, une fréquence de balayage élevée permet de repérer avec précision les droites enveloppes de Φ_{max} et Φ_{min}.

Il nous est apparu que l'automatisation n'était peut-être pas la meilleure solution dans une recherche systématique, non pas d'une fréquence dominante, mais de ce qui se passe autour de cette fréquence (dans une opération qui ferait intervenir le produit algébrique, $b \,.\, d$, des spectres du domaine et de la fonction analysée, il suffirait d'examiner l'information fournie au voisinage des zéros de d, ce qui pourrait faciliter les mesures; malheureusement, nous avons affaire ici au produit de composition $b \otimes d$) : resserrer les points expérimentaux revient à faire varier lentement N par quantités petites mais mesurables. Aux valeurs très basses, pour N inférieur à 1 mm^{-1}, on ne peut guère compter sur la mesure de Δ N à l'oscilloscope : on utilise alors un microscope auxiliaire; la précision est de l'ordre de l'inverse du pouvoir de résolution.

Fonction de transparences simples connues à l'avance (vérifications).

La détermination du spectre de la transparence la plus simple, B = 1, à l'intérieur de domaines (D) circulaires ou rectangulaires de largeurs variées, nous a permis de chiffrer l'incertitude dans quelques cas particuliers [T.L.]. Par exemple, l'expérience semblait

(1) Aux basses fréquences, l'enregistreur-suiveur de spot du galvanomètre de mesure « répond » parfaitement, sans amortissement du signal enregistré. Lorsque N augmente, il suffit donc de diminuer la vitesse de M pour se retrouver dans les mêmes conditions. L'oscilloscope est très commode aux moyennes et hautes fréquences N envisagées, en ce sens qu'il permet un examen rapide de l'allure du spectre par défilement rapide des sinusoïdes de différentes périodes. Notons que la plupart des résultats présentés antérieurement [T.L.] avaient été obtenus en opération strictement manuelle, la lecture des valeurs proportionnelles à Φ étant effectuée sur un galvanomètre pupitre. L'incertitude des mesures était beaucoup plus grande, ne serait-ce que due à un allongement prohibitif du temps de pointé des maximums et minimums de Φ.

indiquer que le spectre d'une certaine fente de largeur X ne présentait pas de zéros là où l'on devait les attendre, suivant la théorie élémentaire de la diffraction. Or, il s'agissait, apparamment, d'une fonction réelle dont le module devait s'annuler aux points où la fonction changeait de signe. On a vérifié que la fente était à liséré et que la valeur T (N) pour $N = \frac{1}{X}$ était égale, à moins de 2 % près, à la valeur calculée — soit 0,05 T_{max} pour la fente considérée.

L'examen des courbes enregistrées avant leur dépouillement donne également une idée de la précision pouvant être atteinte lorsque l'on allonge, pour chaque fréquence, le temps d'analyse. Les courbes reproduites au chapitre V (*fig.* 57), dans l'étude du mouvement du miroir M, montrent qu'au cours d'un aller de M la mesure de V_Φ porte sur près de huit périodes de Φ à la fréquence $N = 0{,}7\ mm^{-1}$ (courbe à grande amplitude) et quarante-deux périodes à la fréquence $N = 3{,}5\ mm^{-1}$ (courbe à faible amplitude) (1) : à l'évaluation grossière de V_Φ correspond une incertitude de l'ordre de 4 % pour les valeurs extrêmes, ceci sans tenir compte de la correction nécessaire de modulation, ni des interprétations possibles des fluctuations aux minimums et maximums de Φ. L'incertitude peut être alors réduite de moitié tout en ne travaillant encore que pendant un aller de M pour une fréquence donnée.

Structures périodiques et complexes.

La question de la sensibilité se pose sous un aspect quelque peu différent lorsqu'on a affaire à une transparence pour laquelle on n'a aucune idée, *a priori*, sur la forme du spectre. La visibilité relative mesurée dépendant de la largeur et de la forme de (D), on peut se demander quelle courbe sera finalement déterminée, compte tenu des fluctuations aléatoires à l'intérieur de (D), qui peuvent être au moins aussi importantes que l'influence de la fonction *d* elle-même.

Pour l'étude d'un réseau par transmission dont la période était 0,1 mm environ, une fente (D), large, avait été choisie afin de réduire l'étalement dû à *d*. Malgré cette précaution, la courbe mesurée indique, aux fréquences N différentes de la fréquence dominante, des valeurs de T qui semblent généralement noyées dans le bruit [14].

D'autres transparences à fréquences dominantes ont également été étudiées, en particulier des clichés aériens de toits dont les rangées de tuiles présentaient une périodicité fondamentale suivant chacune des deux directions perpendiculaires privilégiées; les courbes ont été discutées et publiées [T.L.], [14]. Les positions des minimums et maximums du spectre sont celles calculables à partir d'un examen de B au microdensitomètre, mais la vérification des valeurs relatives de T (N) n'est guère possible en dehors de ces points.

1,2 **Détermination des fonctions de transfert de contraste pour des systèmes complexes.**

Nous avons eu l'occasion de tracer les courbes de densité de fréquence d'un grand nombre de photographies aériennes représentant des scènes diverses. Elles présentent souvent la même allure générale (voir, par exemple, [14], [18]) qui sera discutée au

(1) Il s'agissait d'une transparence B = 1 à l'intérieur d'un rectangle (D) de 2,8 mm de large et 8 mm de haut.

paragraphe suivant. Nous n'en rappellerons ici qu'une application immédiate en donnant la courbe de transfert de contraste d'un ensemble systèmes optiques-émulsion (1). La partie optique proprement dite était composée d'un objectif de microscope travaillant au grandissement 1/20, dont le plan image était confondu avec le plan focal d'une lentille pour laquelle $f \sim 50$ cm, puis d'un collimateur ($F \sim 292$ cm) et d'un second objectif de microscope placé en avant de l'appareil photographique. L'émulsion était d'un type commercial courant.

Pour les grandissements utilisés, l'image idéale stigmatique de l'objet — fente de 15 μ de largeur éclairée en lumière monochromatique — serait un rectangle de largeur $L = 81\ \mu$. Soit $i''(N)$ le spectre de l'image effective I'', c'est-à-dire la fonction mesurée au périodographe lorsque la transparence B est l'image photographique développée dans l'émulsion [*fig.* 61 (*a*)], et $i_0(N)$ le spectre de l'image idéale stigmatique, c'est-à-dire encore celui de l'objet I_0 ramené à la même échelle que I'' [*fig.* 61 (*b*)]. La relation (1,7) du chapitre premier permet de déduire le module de la fonction de transfert de contraste globale, $|\mathfrak{T}(N)|$, du système [*fig.* 61 (*c*)] :

$$(6,1) \qquad |\mathfrak{T}(N)| = |g_0(N) \,.\, e(N)| = \frac{i''(N)}{i_0(N)},$$

où $g_0(N)$ est la réponse en fréquence de la partie optique, $e(N)$, la réponse de l'émulsion.

Remarquons que la largeur de (D) était suffisante pour rendre négligeable la largeur de sa transformée, *d*; en tout état de cause, il eût été facile de tirer un positif de l'image I'' (maximum de transparence au centre) et n'introduire aucune limitation de la région analysée du cliché, les densités plus fortes, au fur et à mesure de l'éloignement au centre, constituant elles-mêmes un diaphragme (D) à bords dégradés suivant leur propre loi de répartition. On aurait dû introduire alors dans (6,1) une fonction e' correspondant au passage négatif-positif.

Notons encore l'indétermination de T (N) mesurée, au voisinage de la fréquence N qui annule $i_0(N)$, en particulier lorsque $\mathfrak{T}(N)$ décroît rapidement : les points expérimentaux de la courbe (*a*) n'ont plus grande valeur, sinon indicative, à partir de $N = 8\ mm^{-1}$. L'allure de la courbe (*c*), déduite des précédentes par l'opération (6,1), est peu différente de celle de T (N) du fait même de la convergence relativement lente du spectre de I_0.

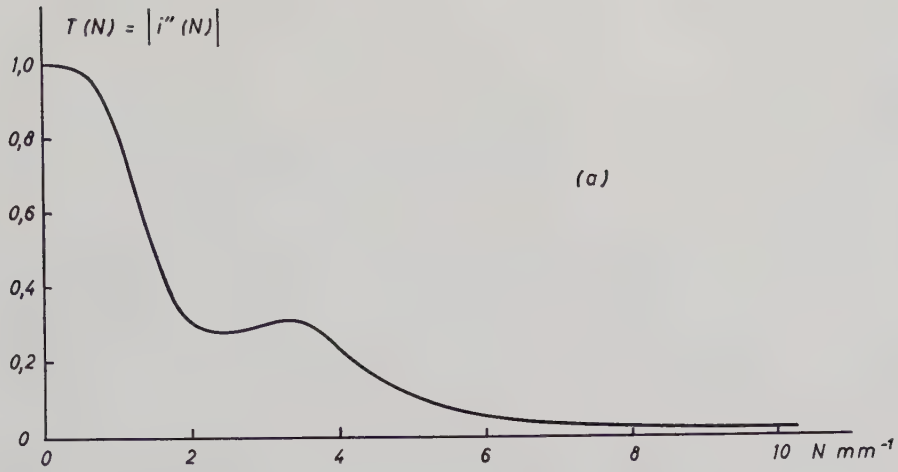
L'examen systématique des qualités d'objectifs photographiques au moyen du périodographe est actuellement entrepris suivant le procédé que nous venons de décrire.

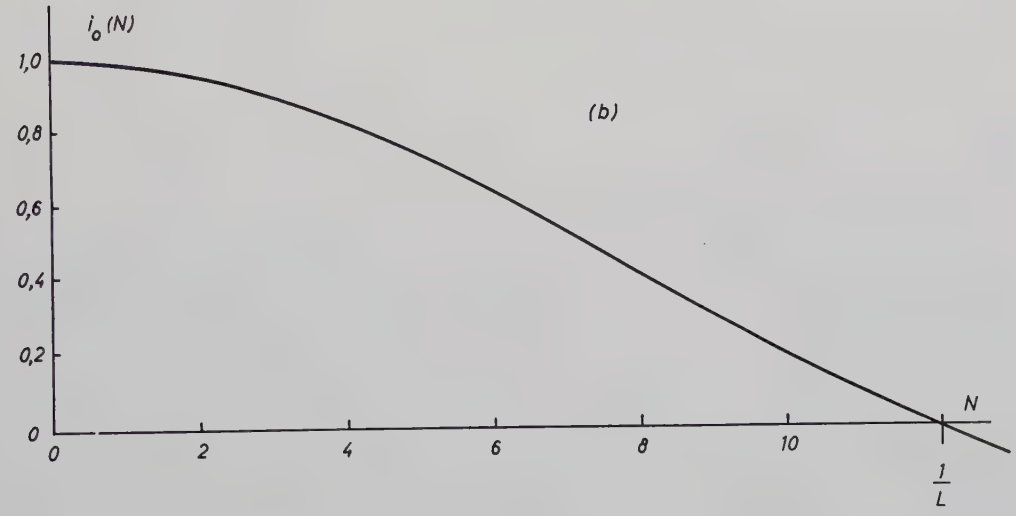
2 CONTRIBUTION A L'ÉTUDE D'UNE IMAGE PHOTOGRAPHIQUE

2,1 Critères de qualité. Limites d'évaluation de l'information contenue dans une image.

La photographie aérienne était à l'origine des problèmes qui nous avaient été posés initialement. Il s'agissait de rechercher quelle information pouvait être tirée de l'examen des clichés négatifs ou positifs et quels éléments permettaient de caractériser les qualités de l'image.

(1) Cet ensemble a été réalisé en vue d'une manipulation étrangère à la présente étude.


T (N) = |i'' (N)|
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
2
4
6
8
10
N mm⁻¹
(a)


i₀ (N)
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
2
4
6
8
10
N
1/L
(b)

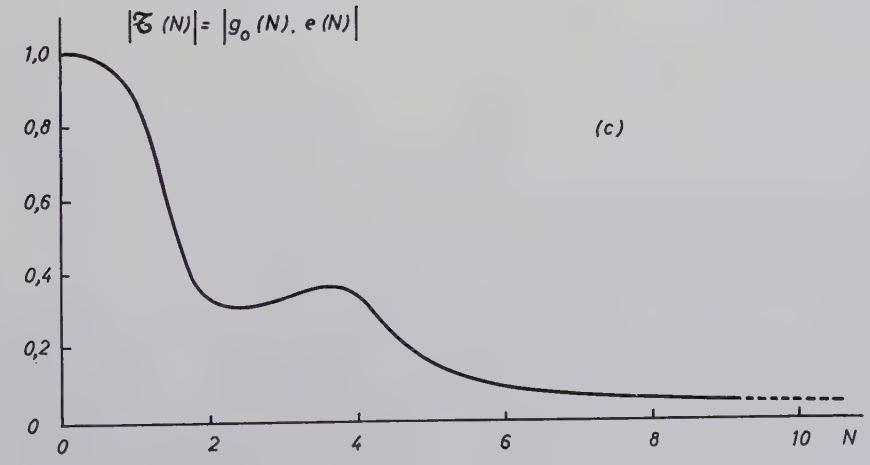

|𝔊 (N)| = |g₀ (N). e (N)|
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
2
4
6
8
10
N
(c)

Fig. 61

Sous une forme quelque peu simpliste. la première question était donc de savoir si tel détail pouvait être repéré ou non. En fait, il y a lieu de se demander au sujet de cette question, ce qu'on entend par maximum d'information à attendre d'une image : s'agit-il d'une représentation de l'objet aussi fidèle que possible (ressemblance d'ensemble), ou de la restitution de certains éléments essentiels aux dépens du fond, mais permettant une distinction entre les différentes parties de l'objet (reconnaissance du détail) ?

D'un point de vue purement théorique, plusieurs moyens d'estimation des propriétés d'un système optique ont été discutés à partir de l'image obtenue; ils se ramènent aux deux aspects qui viennent d'être envisagés et qu'on peut exprimer sous une forme à peine différente : évaluation du contenu structural faisant intervenir la notion de moyenne statistique, ou mesure du pouvoir de discrimination en extrayant l'information utile par décodage des images [19].

D'autre part, il a été suggéré que les qualités d'un processus de formation d'image pouvaient être jugées par l'appréciation de trois propriétés : finesse, granulation et tonalités relatives [20], l'évaluation restant possible, en fonction de ces trois caractéristiques, lors de la reproduction cinématographique ou télévisée. Or, il semble bien que la comparaison des tonalités n'est valable dans la transposition des couleurs en noir et blanc que si ces couleurs sont suffisamment complexes. Il est donc naturel de se rendre compte d'abord du point de vue et des exigences de l'utilisateur. Nous nous attarderons un instant sur celles-ci.

La finesse se traduit par la capacité d'individualiser un détail au milieu d'un ensemble complexe, de permettre l'analyse d'une structure — c'est-à-dire de la résoudre. Dès lors, dans l'examen de l'image d'une structure fine, l'impression de continuité des contours et d'uniformité des tons sera due, tout au moins en partie, aux limitations de perception.

Les propriétés de finesse d'une image ne sont pas seulement régies par la transmission optique, mais aussi par la constitution granulaire de l'émulsion (granularité) et de l'image développée (granulation) : ce sont déjà des effets physico-chimiques auxquels s'ajoutent l'étalement des images (irradiation), les effets de liséré, etc. Ces considérations ont conduit à une définition des qualités globales d'un système en termes du nombre d'éléments résolubles par unité d'aire dans une image définitive. Mais alors le mot résoluble donne sujet à des interprétations plus ou moins strictes et les conditions de définition doivent être précisées à chaque évaluation quantitative. La photographie aérienne a orienté le dépouillement des tests en les classifiant suivant les variations d'un ou plusieurs paramètres intervenant lors de la prise de vue (exposition, nature et contraste de l'objet, vitesse, altitude, existence d'un fond continu, etc.), puis du développement (1). Il est d'ailleurs difficile de dissocier les effets de ces paramètres

(1) Le développement est évidemment lié au choix des émulsions et les études qui s'y rapportent sont poursuivies indépendamment de l'objet et même du système optique de transmission. Nous avons pratiqué la méthode la plus simple qui consiste à photographier une mire, sinusoïdale ou non, puis à la développer suivant un processus reproductible (le développement au pinceau, dont la technique nous a été enseignée au Laboratoire Ilford, à Brentwood, en Angleterre, semble réaliser les meilleures conditions de reproductibilité. Le pinceau est une bande de feutre épais, balayant la surface du film suivant un mouvement particulier et à une vitesse telle que les produits usés ne restent pas en contact. Le révélateur est renouvelé pour chaque film. Les effets des phénomènes hydrodynamiques qui se produisent lors du mouvement du pinceau décrivant à peu près un « huit » à boucles carrées, sont exactement les mêmes sur toute la surface développée et ne présentent aucune orientation privilégiée — ce qui n'est pas le cas dans le développement en cuve à balancement ou en développement continu).

et la détermination du pouvoir de résolution reste, dans la plupart des cas, basée sur le critère subjectif de reconnaissance visuelle. Ce critère est peu satisfaisant pour plusieurs raisons :

— l'appréciation dépend, en particulier, de l'aptitude et de l'entraînement de l'observateur à reconnaître les tests proposés;

— il n'existe, en général, aucune corrélation entre le pouvoir résolvant dans des conditions optimales et l'évaluation de la finesse dans des conditions effectives; l'estimation habituelle de la résolution des émulsions tient assez peu compte de l'influence du contraste, tant du côté objet que du côté image.

La discussion des propriétés des émulsions déborde quelque peu le cadre du présent travail. On pourra se reporter aux études de différents auteurs [21] et aux références indiquées ailleurs [T.L.].

2,2 **Granulation et bruit.**

L'influence de ce qu'on désigne sous le terme très général de bruit, élève, dans certains cas, le degré d'incertitude à un niveau tel que le signal devient difficilement décelable. Pour les spectres déterminés au périodographe le bruit serait représenté par le spectre de fluctuations accidentelles de la fonction de transparence B auquel s'ajoutent des termes variés, traduisant l'incertitude des mesures (fluctuations de la source lumineuse et de la très haute tension du photomultiplicateur, à-coups au changement de sens de la came, instabilités dans l'enregistrement, etc.). Ces derniers termes sont certainement les moins importants et restent, en moyenne, constants d'une mesure à l'autre. Il n'en est plus de même du bruit lié à la fonction B : en tant qu'élément concourant à la formation de l'image, il serait intéressant de le séparer, dans l'image définitive, du spectre de fréquence effectif du signal d'entrée transmis par le système. On peut examiner ce problème de deux façons différentes :

a) le bruit est considéré comme une partie constitutive de l'objet, c'est un élément dans la somme représentative de la répartition d'intensité, il peut contribuer à donner l'impression de continuité des contours (lissage) en étouffant le détail. L'autre élément de la somme serait le signal utile. Les transformées de ces deux termes apparaissent dans le spectre et la séparation peut être effectuée au moyen d'un filtrage. Le principe consiste à superposer à l'image une série de masques obtenus à partir du cliché négatif [22] ou à introduire un signal arbitraire de même fréquence que l'original [23], les coefficients d'intercorrélation permettant alors d'isoler le signal effectif de l'image rendue floue par le bruit.

Remarquons qu'une critique sérieuse s'oppose aux méthodes de filtrage du bruit : si les hautes fréquences qui le représentent sont éliminées, on perd en même temps de la netteté dans les contours (on se trouve ainsi à l'encontre du but poursuivi dans le filtrage des images au sens plus courant du terme, où l'on cherche, au contraire, à atténuer les basses fréquences, en laissant subsister autant que possible les fréquences plus élevées — mais en même temps le bruit, à travers les effets de granulation);

b) on peut aussi considérer que la nature du bruit est celle due à la structure granulaire du récepteur. Il serait donc encore filtrable s'il occupait une bande de

fréquences déterminée, et par conséquent son élimination présenterait d'autant moins de difficultés que le système se comporte comme un filtre passe-bas, puisque son importance ne peut que croître lorsque la fréquence augmente à partir de zéro.

En quoi consiste ce type de bruit ? Les dimensions et l'arrangement des cristaux mixtes de bromure et d'iodure d'argent interdisent une structure continue de l'émulsion vierge. C'est le phénomène physique qu'on désigne par granularité; il a été décrit par de nombreux auteurs. La granulation, elle, se rapporte à l'apparence visuelle de la couche développée, c'est-à-dire aux agrégats de centres argentiques, réduits au cours des opérations de développement. Les effets de la granulation sont d'importance primordiale dans l'interprétation d'une photographie. Son caractère aléatoire se manifeste dès les basses fréquences et limite largement les possibilités d'examen et de tirage d'une image photographique avec un grandissement important à partir d'un négatif donné. Les positifs de la *figure* 62, provenant de contre-types négatifs reproduits dans des conditions

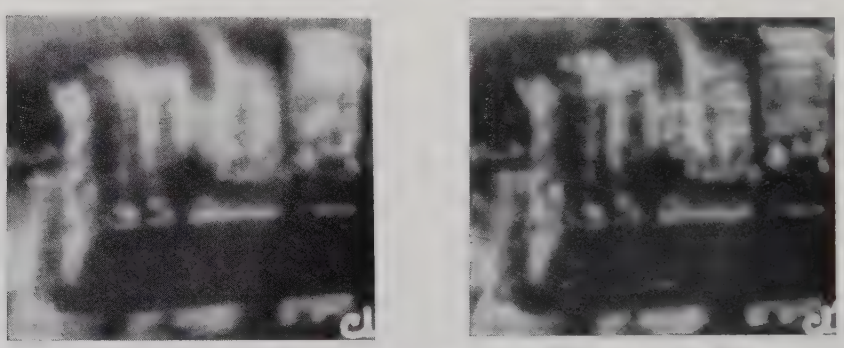


Fig. 62

différentes, montrent les effets des bruits où domine la granulation. L'examen sous des grossissements différents, le tracé des spectres (que nous verrons au paragraphe suivant) et les observations quantitatives que nous avons faites sur un grand nombre de photographies, nous ont suggéré le tracé, sur un même graphique, de la courbe donnant l'allure des variations de densité de fréquence d'une image courante et des spectres de bruits photographiques (*fig.* 63). Il est rare qu'on puisse reconnaître, dans la courbe résultante, T (R), des fréquences attribuables seulement à l'image au-delà de 20 à 30 mm ^{1} : le spectre du signal disparaît dans le bruit (les analyses effectuées par des méthodes toutes différentes confirment ce résultat). Aux fréquences moyennes et basses, le spectre de diffraction de B est perturbé par les aberrations du système optique et la densité des fréquences dans le « domaine utile » de celles-ci, c'est-à-dire dans la région d'identification du détail local, décroît très rapidement.

Les courbes de bruits de la *figure* 63, représentées en pointillés, ne sont que très approximatives. Si l'on devait en donner le détail, il faudrait considérer trois régions dans lesquelles les bruits sont d'origines différentes. La régularité des courbes ne serait pas comparable, en général, pour ces trois régions :

1° jusqu'aux fréquences N de 0,1 à 0,5 mm^{-1}, les irrégularités d'épaisseur et d'homogénéité de l'émulsion, les accidents au développement, sont pratiquement les seules causes de perturbations. On rencontre celles-ci beaucoup plus rarement dans les films

que dans les plaques. Il semble que le bruit dépende surtout de la fabrication des émulsions;

2° aux moyennes, et vers ce que nous appelons les hautes fréquences pour une image photographique, c'est-à-dire jusque vers 100 mm^{-1}, la granulation est prépondérante. Son effet peut être facilement mis en évidence : dans des clichés aériens examinés directement en transparence, à l'intérieur de fragments de dimensions relativement réduites, de moins d'un demi-centimètre carré, on discerne habituellement le type de scène photographiée et il est souvent possible de fournir des renseignements plus précis (galets d'une plage, distinction entre une route et une cour de ferme, etc.).

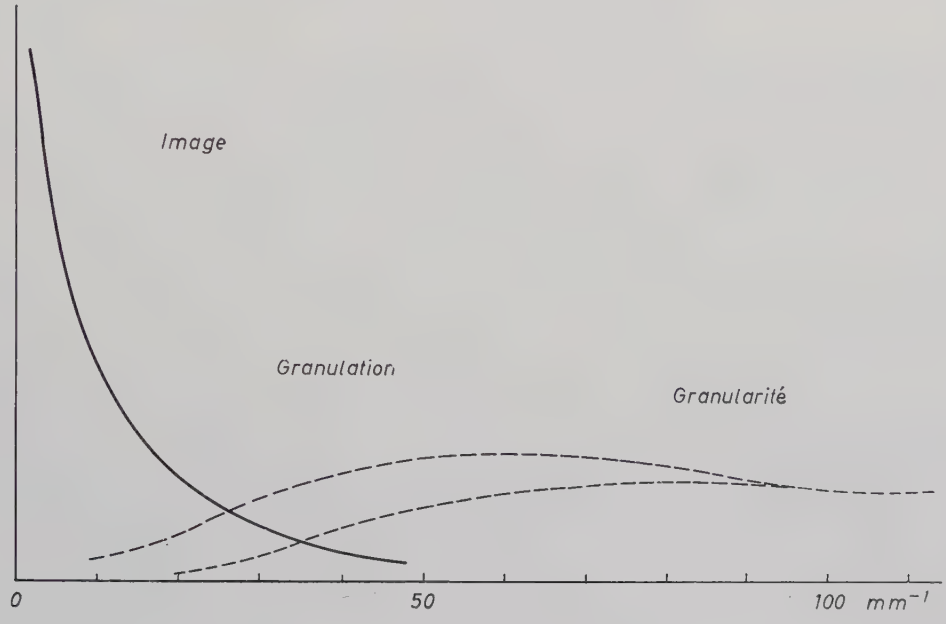
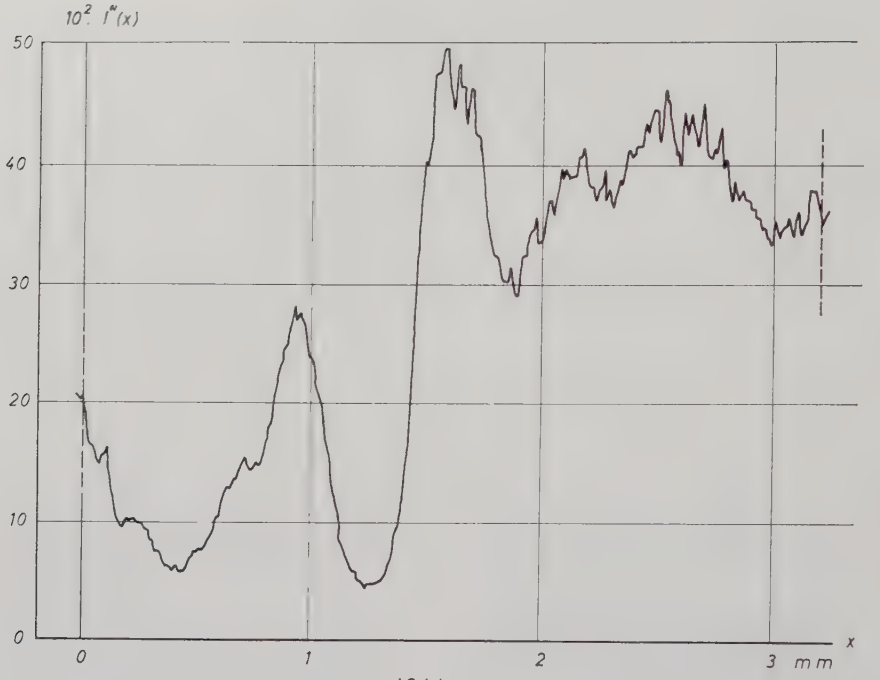


Fig. 63

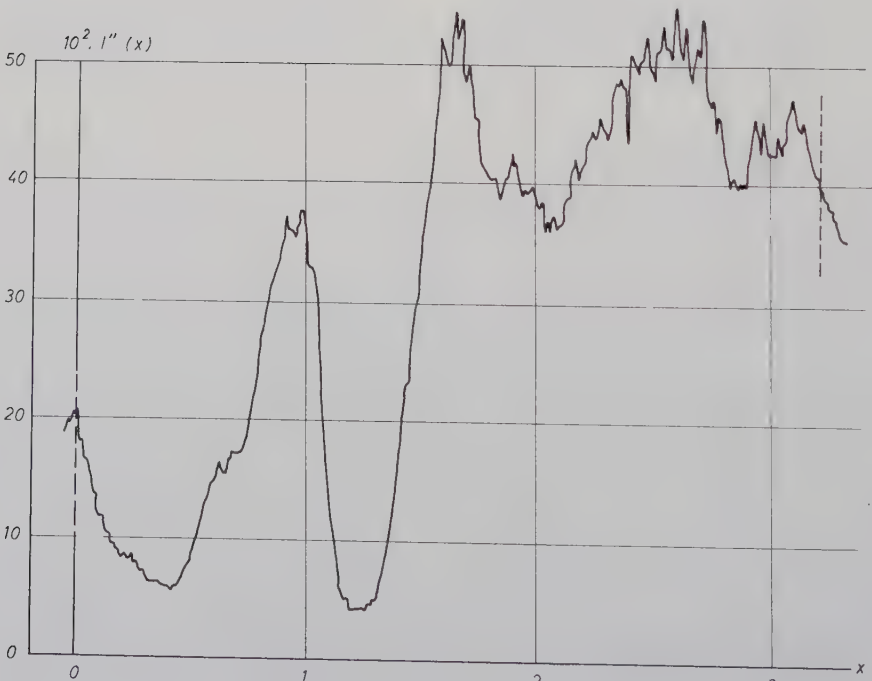
Il suffit d'examiner le même cliché — reproduction apparemment fidèle de l'objet —, sous un faible grossissement, pour ne plus apercevoir qu'une quantité de taches dans les zones où la densité semblait uniforme. Ainsi, dans les régions des diapositifs 24 × 36 mm, d'où l'on a tiré les *figures* 62 (Cl et Cl'), on reconnaît, au grossissement 10,8, l'extrémité d'un immeuble et son porche, ou la chaussée avec un liséré plus clair qui suggère le bord d'un trottoir. Pour un champ objectif de même étendue, la granulation est très visible au grossissement 21 et domine l'attention de l'observateur : les détails précédents ne sont plus reconnaissables.

L'exploration photométrique et les courbes correspondantes (*fig.* 64) indiquent des variations de densité hachées qui ne permettent d'établir pratiquement aucune relation avec l'objet, même si celui-ci est connu. Le tracé du spectre au périodographe indiquera lui aussi un amortissement rapide des basses fréquences, en accord avec les mesures de densité au microphotomètre suivies d'une analyse harmonique.

Il semble bien qu'on puisse attribuer à cette inhomogénéité des couches développées — la granulation — la limitation inhérente au processus photographique.



(C I)



(C I')

Fig. 64

Le bruit apparaît ici comme une deuxième approximation : en microphotométrie visuelle (qu'on pourrait appeler statique puisque l'observateur peut prendre autant de mesures qu'il le désire, les resserrer suivant les deux coordonnées et les répéter de façon à diminuer l'écart quadratique moyen en évaluant son équation personnelle), toute cause d'erreur étant réduite, une courbe de densité qui devrait présenter des paliers est en réalité une succession de zigzags. Cette allure se retrouve toujours, même dans le cas où, pour plusieurs valeurs successives de l'abscisse, les éléments de surface balayés par le spot explorateur dans les positions correspondantes, se recouvrent partiellement et intègrent la densité dans une aire moyenne. Ces hautes fréquences ne se retrouvent pas dans les spectres dont les courbes restent, dans nos conditions de mesure, au-dessous du niveau du bruit;

3° le spectre de granularité n'intéresse que la région où ne subsistent plus de fréquences utiles pour les photographies que nous avons eu l'occasion d'étudier, ceci à condition que la granularité soit fine et homogène.

En conclusion, nous dirons que toute photographie présente donc au moins deux bandes de fréquences superposées. L'une, limitée dès les basses fréquences, est la bande de reconnaissance du message proprement dite (région « image » dans la *fig.* 63). L'autre s'étend très largement à partir du zéro vers les hautes fréquences (« granulation » et « granularité »); son importance relative dans la région de recouvrement dépend du processus de reproduction de l'image (en particulier, s'il y a eu filtrage). Le spectre du signal s'évanouit dans sa région de moyennes fréquences (20 à 30 mm^{-1}), et nous avons écrit [5] : « Lorsqu'on veut identifier ou reconnaître des détails de moyennes fréquences, il ne faut espérer ni des contours ni une identification absolue. La reconnaissance du détail dépend de l'ensemble des détails voisins; à la limite, c'est le contexte qui en donne le sens. Il ne s'agit donc plus d'une question de physique objective, mais d'une interprétation subjective.... Il suffit d'indices caractéristiques évitant la confusion avec des objets dont la présence serait probable. »

2,3 **Détermination du spectre d'une image photographique.**

L'opération fondamentale dans la formation de l'image s'exprimant au moyen de l'équation (1,6), ou par son équivalente (1,7) dans l'espace de Fourier, la réponse du système se déduit du résultat de l'exploration de l'une des deux fonctions, I_0 ou G, par l'autre fonction, ou bien encore en mesurant directement la transformée de Fourier g de G. S'il s'agit maintenant de l'image photographique, la fonction e est calculable pour une émulsion donnée [24] à partir de la répartition d'intensité due à une source pontuelle ou rectilinéaire, la turbidité (1) intervenant comme facteur principal d'étalement de l'image d'un point.

L'établissement du spectre de l'image complexe d'une scène quelconque entraîne des approximations qui rendent nécessaire une détermination purement expérimentale.

(1) La turbidité est le rapport de l'augmentation des dimensions d'une image à l'augmentation du logarithme décimal de l'exposition. Ce rapport permet de définir la loi d'irradiation.

Techniques habituellement utilisées.

2,31 Diffraction a l'infini.

La fonction I'' de transparence est la pupille diffractante. Placée en avant d'un objectif, elle donne, dans son plan focal, le carré du module du spectre de $[I'']^{1/2}$. On a déjà rappelé cette méthode et les références qui s'y rapportent [5].

2,32 Emploi des fonctions de corrélation.

La fonction d'autocorrélation $\Psi(x_0)$ d'une fonction $B(x)$ est définie par :

$$\Psi(x_0) = \overline{B(x) \cdot B(x - x_0)}, \tag{6,2}$$

ou encore :

$$\Psi(x_0) = \lim_{l \to \infty} \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} B(x) \cdot B(x - x_0) \cdot dx. \tag{6,2'}$$

Son interprétation physique est immédiate. Soient deux clichés identiques placés dans des plans parallèles très voisins (en général entre un collimateur et un objectif) et éclairés uniformément; la quantité de lumière traversant les clichés varie lorsqu'on les déplace l'un par rapport à l'autre suivant une translation x_0. La transmission est évidemment maximale pour $x_0 = 0$, puisque les régions opaques de la première copie recouvrent exactement les régions opaques de la seconde. Tout corrélateur doit donc réaliser trois opérations successives (translation de x_0 de l'une des fonctions, puis multiplication des deux fonctions et enfin intégration du produit).

Nous allons reprendre le théorème de Wiener-Khintchin sous une forme directement utilisable en photographie. Pour des valeurs suffisamment grandes de l, diverses considérations analytiques (1) permettent d'écrire :

$$\Psi(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(x) \cdot B(x - x_0)\, dx, \tag{6,3}$$

où :

$$B(x - x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} b(N) \cdot \exp\{i\, 2\pi N (x - x_0)\}\, dN, \tag{6,4}$$

$b(N)$ étant la transformée réciproque de $B(x)$. Par suite :

$$\Psi(x_0) = \iint_{-\infty}^{+\infty} B(x) \cdot b(N) \cdot \exp(i\, 2\pi N x) \cdot \exp(-i\, 2\pi N x_0)\, dx\, dN, \tag{6,5}$$

expression dans laquelle on peut changer l'ordre d'intégration.

On a aussi :

$$b(-N) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(x) \cdot \exp(-i\, 2\pi N x)\, dx; \tag{6,6}$$

par conséquent :

$$\Psi(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} b(N) \cdot b(-N) \cdot \exp(-i\, 2\pi N x_0)\, dN. \tag{6,7}$$

(1) Cf., par exemple, E. C. Titchmarsh, *Introduction to the theory of Fourier Integrals*, chap. III, ou Coll. Int. C.N.R.S., *Analyse Harmonique*, Nancy (1947).

Si B (x) est réel, sa transformée vérifie la relation :

(6,8) $$b\,(-\mathrm{N}) = b^{*}\,(\mathrm{N}),$$

donc :

(6,9) $$\Psi\,(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} |\,b\,(\mathrm{N})\,|^2 \,.\, \exp\,(-i\,2\,\pi\,\mathrm{N}x_0)\,d\mathrm{N}$$

et :

(6,10) $$\psi\,(\mathrm{N}) = |\,b\,(\mathrm{N})\,|^2,$$

ψ (N) étant la transformée de Ψ (x_0).

Le spectre de la fonction d'autocorrélation de B (x) *est le carré du module du spectre de* B (x). Ainsi, la mesure de ψ (N) ne peut fournir aucune indication sur la distorsion de phase. Pour déterminer directement b (N) et respecter les conditions de linéarité, on est tenu de partir de la fonction $\sqrt{\mathrm{B}\,(x)}$ et réaliser deux contretypes strictement identiques (1) (nous montrerons plus loin que ces copies doivent être développées à gamma $= \frac{1}{2}$).

Une application intéressante peut être déduite d'une relation du type (6,10). La réponse en fréquence d'un objectif est mesurable au moyen d'une plaque photographique voilée uniformément : on détermine la fonction d'intercorrélation $\Psi_{i_0,i''}$ des fonctions de répartition d'intensité dans la plaque prise pour objet, I_0, et dans son image photographique, I''. L'opération donnant $\Psi_{i_0,i''}$ est une intégrale de convolution dans laquelle apparaissent la fonction d'autocorrélation Ψ_{i_0,i_0} de l'objet, c'est-à-dire de la plaque voilée, et la fonction G qui caractérise l'objectif. La relation entre les transformées,

(6,11) $$\psi_{i_0,i''} = g\,.\,\psi_{i_0,i_0},$$

fournit la fonction de transfert, g, de l'objectif. Dans une mise en œuvre de ce principe [25], la fonction Ψ_{i_0,i_0} est mesurée indépendamment.

2,33 Exploration par une ouverture de petites dimensions.

Cette technique a été très largement employée pour l'étude de la réponse en fréquence des objectifs. Son principe en est connu. L'analyse d'une image photographique étant effectuée au moyen d'une ouverture donnée, le plus souvent une fente, la réciprocité du rôle de l'objet et de celui du diaphragme d'exploration permet le choix des fonctions intervenant dans la convolution. Cependant, une correction s'impose du fait que ce qu'on mesure est, en réalité, le produit de composition de la fonction de transparence et de l'image de la fente d'éclairement. La transformée calculée est le produit des transformées de la fonction de transparence et de la fonction de fente; ainsi, la transformée complète reste partiellement indéterminée aux valeurs correspondant aux zéros du spectre de l'ouverture d'exploration.

(1) Un seul cliché est nécessaire si le second est remplacé par un miroir et si la source, ponctuelle, est susceptible de translation suivant une direction perpendiculaire à l'axe du système : le faisceau retour subit un déplacement par rapport au faisceau aller d'une quantité proportionnelle au déplacement de la source. La focalisation est assurée grâce à une glace semi-réfléchissante disposée entre la source et l'objectif collimateur.

2,34 Étude comparative d'une photographie suivant deux méthodes différentes : l'analyseur harmonique et le périodographe.

M. A. Maréchal nous avait proposé de déterminer les spectres de clichés obtenus dans les conditions ordinaires de tirage et suivant les procédés de filtrage pratiqués à l'Institut d'Optique. Les photographies de la *figure* 62 ont été retenues parmi les vues aériennes de cette série (1) : (*Cl*) est un cliché non filtré et (*Cl'*) le même cliché, filtré.

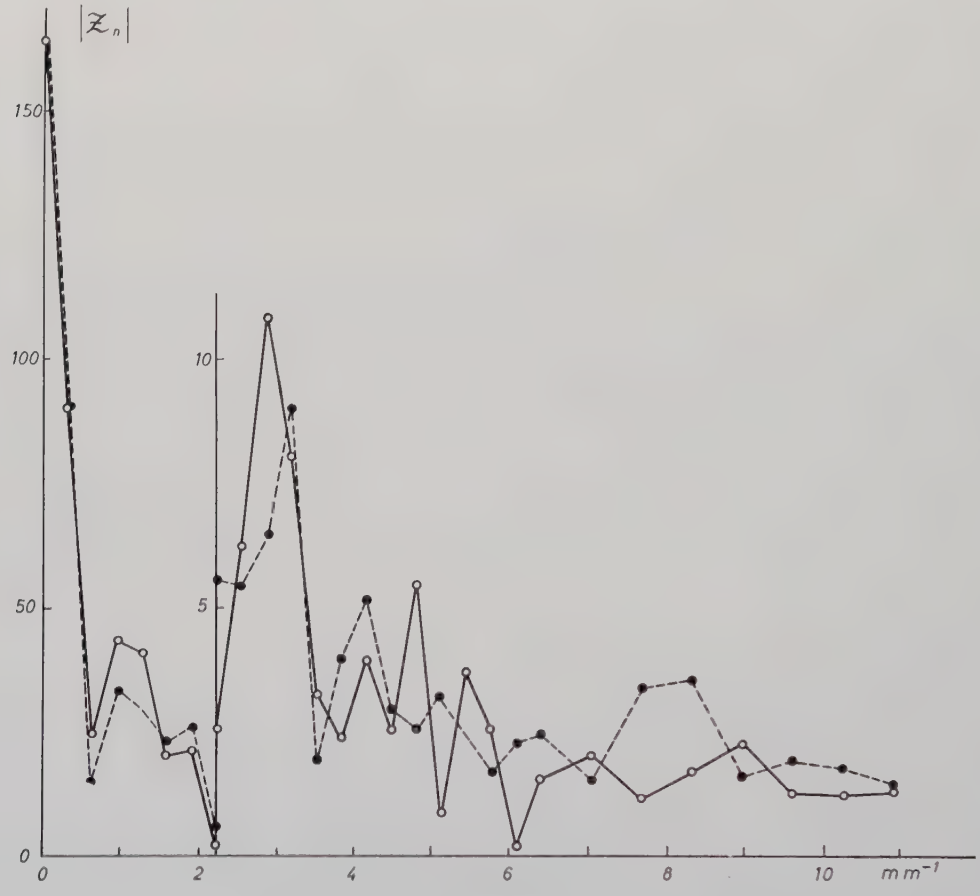


Fig. 65

Les courbes de la *figure* 64 en représentent les transparences suivant une bande centrale pour la même région de l'objet; elles indiquent les répartitions d'énergie dans l'image photographique I'', c'est-à-dire encore la fonction B dans l'opération effectuée au périodographe. Nous avons relevé cette fonction de transparence au microdensitomètre oculaire suivant une bande parallèle à l'axe x, de 3 200 μ de largeur; la hauteur est celle du spot d'exploration; celui-ci était circulaire, de 25 μ de diamètre; les mesures étant effectuées tous les 10 μ, la partie de courbe comprise entre pointillés représente donc 320 points qui donnent l'aspect d'un enregistrement continu, bien qu'ils aient été joints par des segments

(1) Dimensions de la région reproduite : 15 × 15 mm environ sur l'original.

rectilignes. Afin de voir si un « profil » pouvait être retrouvé à la suite d'un tel examen, nous avions, à dessein, réduit la hauteur explorée (en prenant un trou circulaire au lieu d'une fente) et le diamètre du spot dont l'aire moyenne, de quelque 500 μ^2, ne pouvait guère amortir les moyennes et hautes fréquences de la granulation.

L'analyse harmonique au moyen de l'analyseur mécanique Mader-Ott fournit les composantes du spectre de Fourier à l'intérieur de la période d'analyse $p = 3\,200\ \mu$, qui est donc la période fondamentale. Les valeurs de la densité de fréquence s'expriment en fonction du numéro de l'harmonique d'ordre n avec $\frac{n}{p} = N_n$. On a poursuivi l'analyse jusqu'au trente-quatrième terme de la série de Fourier, c'est-à-dire jusqu'à $N = 11\ mm^{-1}$.

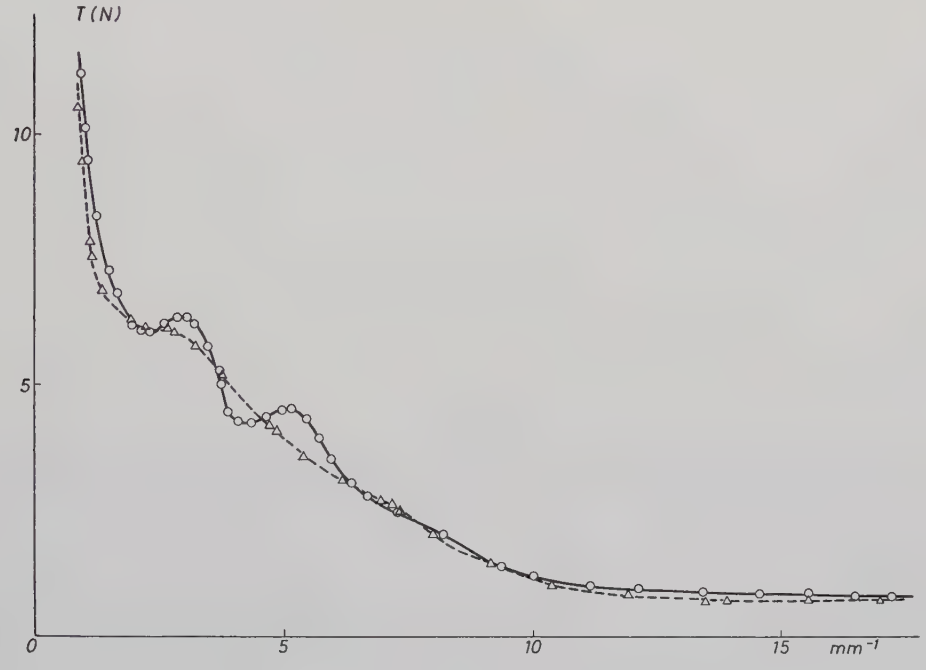


Fig. 66

On a joint les points déterminés par des segments de droite afin de suivre l'évolution des spectres (*fig.* 65). Le graphique en traits pleins est celui du cliché non filtré, C*l*, le graphique en pointillés est celui du cliché filtré, C*l'*. Les différences essentielles entre ces clichés semblent porter sur les moyennes fréquences, autour de 5 mm^{-1}. Au-delà de $N = 11\ mm^{-1}$, les valeurs de $|Z_n|$ semblaient distribuées tout à fait au hasard; elles traduisent les irrégularités statistiques de granulation. D'autre part, aucune comparaison n'était plus possible avec les résultats fournis par le périodographe. Ces derniers ont été représentés *figure* 66 pour les mêmes domaines de C*l* et C*l'*, mais les bandes analysées avaient 4 mm de hauteur environ. Suivant cette hauteur l'abondance des lignes verticales justifie l'intégration suivant l'axe perpendiculaire à x; de fait, lorsqu'on déplace très légèrement (de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre) la bande analysée suivant y, les spectres restent pratiquement inchangés : le périodographe donne un résultat statistique, il fait abstraction du grain qui se trouve automatiquement intégré.

Remarquons, d'ailleurs, qu'au-delà de 6 ou 7 mm^{-1}, les courbes de Cl et Cl' sont pratiquement confondues à un niveau moyen de bruit. Le phénomène apparaît général, il se reproduit dans toutes les photographies que nous avons examinées : rares sont celles dont les spectres présentaient un accident au-delà de 20 mm^{-1}.

2,4 **Pupilles (D) à profils particuliers.**

2,41 Intérêt de ces pupilles.

Dans l'étude comparative précédente, le domaine d'analyse est encore relativement étroit et le pouvoir de résolution reste faible. De plus (D) est un diaphragme à bords nets, dont il paraissait souhaitable de réduire les effets de discontinuité. On a donc été amené à se demander si le rendement du périodographe pouvait être amélioré par l'emploi de pupilles à décroissance asymptotique dont on pourrait supposer le domaine pratiquement illimité.

Nous avons déjà annoncé cette étude [5], dans laquelle nous avons eu à construire des pupilles à loi de transparence donnée, puis à déterminer leurs spectres et en voir l'effet sur les clichés précédents repris comme tests, ou sur une répartition énergétique plus simple. Nous avons tenté d'en réaliser des reproductions photographiques faciles à manipuler : les questions de linéarité du milieu dans lequel se développe l'image doivent alors être considérés. Nous examinerons d'abord ce dernier point.

2,42 Conditions de linéarité.

On a vu que la validité de la relation simple — produit algébrique dans l'espace de Fourier —, faisant passer de l'objet à l'image photographique, nécessite l'hypothèse que l'émulsion se comporte comme un système linéaire. En réalité, la précarité de cette hypothèse entraîne rapidement des erreurs sensibles. Supposons que pour une photographie donnée, nous puissions admettre que les conditions d'exposition et de développement aient été telles que les densités correspondent à la partie rectiligne de la courbe caractéristique H et D. Un cliché étant éclairé uniformément, la reproduction correcte des valeurs d'intensités à la suite de ce cliché présuppose la détermination exacte du gamma de travail. En particulier, on sait que pour obtenir des copies dans lesquelles une reproduction fidèle des tonalités, et par conséquent du contraste, est requise, il faut que les pentes des courbes caractéristiques du positif et du négatif soient telles que la courbe de reproduction est une droite inclinée à 45°.

Cherchons comment s'expriment les conditions de proportionnalité pour le passage de l'image aérienne à l'image photographique.

Soient deux points P_1 et P_2, où les intensités I_1 et I_2. Sur la plaque photographique, les éclairements E_1 et E_2 sont proportionnels à I_1 et I_2. Les densités optiques correspondantes ont pour valeurs :

$$\begin{aligned} D_1 &= \gamma \log E_1, \\ D_2 &= \gamma \log E_2, \end{aligned} \tag{6,12}$$

si l'on travaille dans la zone des éclairements pour lesquels γ reste constant. Éclairons maintenant cette plaque, développée, par un faisceau homogène de luminance L_0 suivant

la direction incidente. Pour satisfaire aux conditions précédentes, c'est-à-dire celles de reproduction exacte des valeurs de lumière, les flux transmis en P'_1 et P'_2 doivent se trouver dans le rapport :

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{I_2}{I_1}, \tag{6,13}$$

puisqu'il s'agit de négatifs. D'autre part, les densités s'expriment en fonction des opacités :

$$D_{\frac{1}{2}} = \log(O) = \log \frac{L_0}{L_{\frac{1}{2}}}, \tag{6,14}$$

d'où :

$$\log E_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\gamma} \log \frac{L_0}{L_{\frac{1}{2}}}, \tag{6,15}$$

relation équivalente à :

$$\begin{aligned} E_1^{\gamma} &= \frac{L_0}{L_1}, \\ E_2^{\gamma} &= \frac{L_0}{L_2}, \end{aligned} \tag{6,16}$$

ou encore :

$$\left(\frac{E_1}{E_2}\right)^{\gamma} = \frac{L_2}{L_1}. \tag{6,17}$$

Il y a compatibilité entre les équations (6,13) et (6,17) lorsque $\gamma = 1$.

Remarques.

a) La condition $\gamma = 1$ serait une condition de linéarité si cette valeur pouvait être assurée lors de la reproduction de chacune des fréquences spatiales. Nous avons affaire ici à des intensités, s'il y a lieu de considérer des répartitions d'amplitudes, un raisonnement différent [26] a montré que les conditions idéales sont obtenues pour $\gamma = 2$.

b) Dans les techniques faisant intervenir une fonction d'autocorrélation, la valeur correspondante est calculable pour chacune des copies; elle est $\gamma = \frac{1}{2}$, chacun des contretypes devant représenter, non B (x), mais la racine carrée du module de cette fonction.

2,43 Construction et reproduction de pupilles a profils exponentiels. Effets de la non-linéarité.

De telles pupilles ont été réalisées depuis longtemps [27]. Leur étude a pris place dans les recherches systématiques poursuivies au sujet de l'apodisation [28], [29]. Il n'est pas question, dans ce travail, de présenter autre chose qu'un exemple d'emploi du périodographe nous ayant amené à considérer quelques points particuliers de l'étude expérimentale de l'image photographique.

Les techniques de mesure de fréquences en courant alternatif basées sur l'utilisation des fonctions de résonance font penser à une transposition optique : l'équivalence d'une fonction d'amortissement exponentielle est obtenue en juxtaposant, par leurs arêtes de densité optique nulle, deux coins photométriques de même constante.

On a réalisé pratiquement le montage par interposition d'un liquide absorbant entre un biprisme de Fresnel et une surface plane. L'angle de notre biprisme était 1° 10′; les absorbants qui nous ont paru les plus homogènes furent préparés, à partir d'un mélange d'éthyl-glycol et de glycol éthylénique teinté, au moyen d'un colorant noir courant en droguerie. Ce mélange, dont on augmente la viscosité en ajoutant de la glycérine, est suffisamment hygroscopique pour ne pas se dessécher rapidement (certaines pupilles n'avaient que fort peu évolué au bout d'une année).

De la même façon, on a construit des pupilles rectilinéaires à opacité variable en plaçant le mélange absorbant entre une lentille cylindrique et un plan. La variation relative du flux lumineux susceptible de traverser une telle pupille est $-\frac{d\Phi}{\Phi} = C_l \,.\, de_x$, où C_l est le coefficient spécifique du liquide (en intensité) et e_x l'épaisseur traversée. Si R est le rayon de courbure de la lentille cylindrique et x la distance comptée à partir de la génératrice de contact cylindre-plan, l'épaisseur e_x vaut $\frac{x^2}{2\,R}$ (l'approximation étant justifiée par la faible largeur utilisée, comparée au rayon de courbure) et le flux Φ traversant le système est relié au flux incident Φ_0 par :

$$\text{Log}\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = -C_l \frac{x^2}{2\,R}, \tag{6,18}$$

ce qui détermine la loi de transmission de l'écran :

$$B\,(x) = \exp\left(-\frac{C_l}{2\,R}x^2\right). \tag{6,19}$$

La densité de cet écran est de la forme :

$$\mathcal{D}\,(x) = \frac{C'_l}{2\,R}x^2, \tag{6,20}$$

avec $C'_l = C_l M$ (module $M = 0{,}43429$).

L'allure parabolique serait conservée dans le négatif de la reproduction si l'on travaillait seulement dans la partie rectiligne de la caractéristique d'émulsion (*fig.* 67). Or, parmi les causes de distorsion d'amplitude et de phase, il n'y a que la surexposition qui puisse être évitée (celle-ci serait due à la région plus transparente au voisinage du centre et tendrait à former un méplat au sommet de la parabole); au contraire, assez loin du centre, les fortes densités correspondent à une nette sous-exposition du négatif dont la densité effective est telle que les branches de la parabole s'écartent rapidement et se raccordent asymptotiquement à la valeur de $\mathcal{D}$ du fond. La *figure* 68 représente une section de la répartition des densités dans le négatif d'une pupille construite à partir d'une lentille cylindrique de rayon de courbure $R \sim 100$ mm; le liquide absorbant avait été choisi tel que la densité maximale soit voisine de 2,5 au bord de la pupille originale. Le négatif, assez homogène sur toute sa surface, même aux densités faibles,

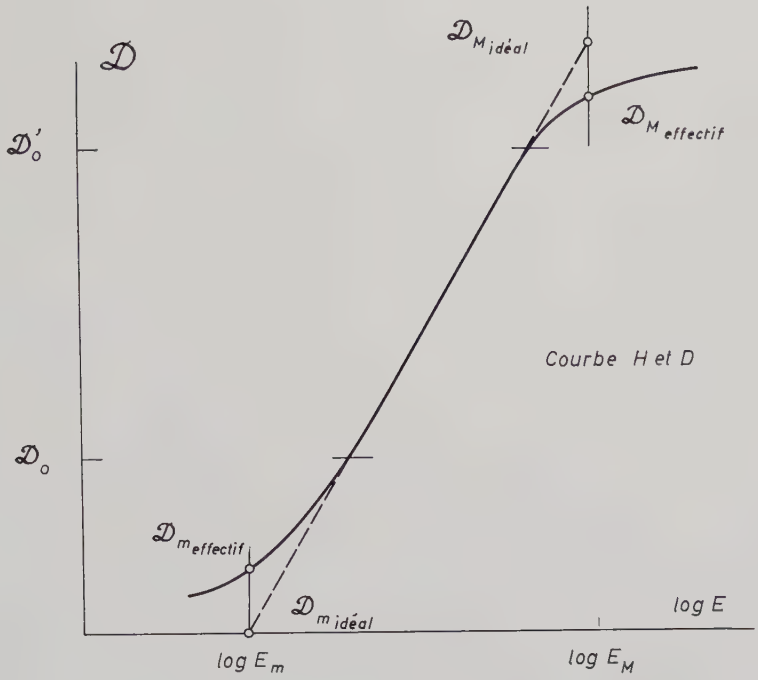

D
$D_{M\ idéal}$
$D_{M\ effectif}$
D'_o
D_o
Courbe H et D
$D_{m\ effectif}$
$D_{m\ idéal}$
log E
log E_m
log E_M

Fig. 67

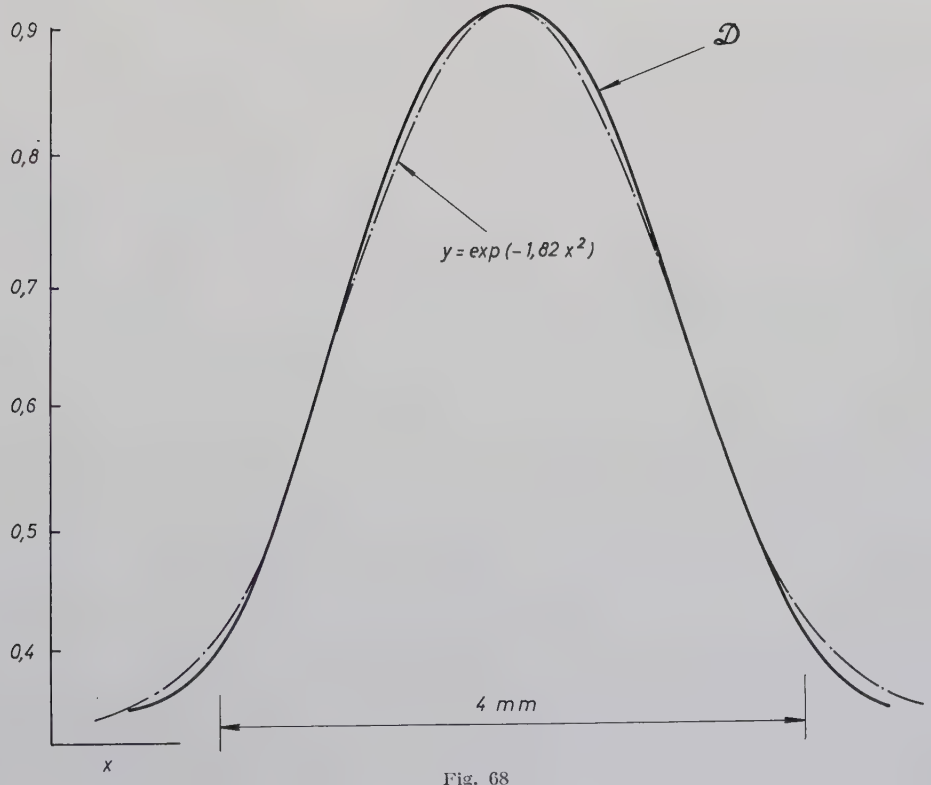

0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
D
$y = exp(-1,82\ x^2)$
4 mm
x

Fig. 68

présente ceci de remarquable que la courbe représentative de sa densité suit de beaucoup plus près une loi de Gauss qu'une loi parabolique (on a fréquemment retrouvé cette transformation d'une loi de densité parabolique en une loi gaussienne pour des reproductions de ce type). Le tirage du positif accentue la dégradation; les régions de plus forte densité du négatif qui n'avaient pas été altérées correspondent à des éclairements plus faibles du positif; on peut cependant éviter cet inconvénient en voilant préalablement le film au niveau $\mathcal{D}_0$ (*fig.* 67), les faibles densités du négatif étant éliminées par un cache qui ne conserve que la région à peu près parabolique.

Nous avons cherché à reproduire, dans des conditions plus proches de la linéarité, des pupilles pour lesquelles le rayon de courbure de la lentille cylindrique était

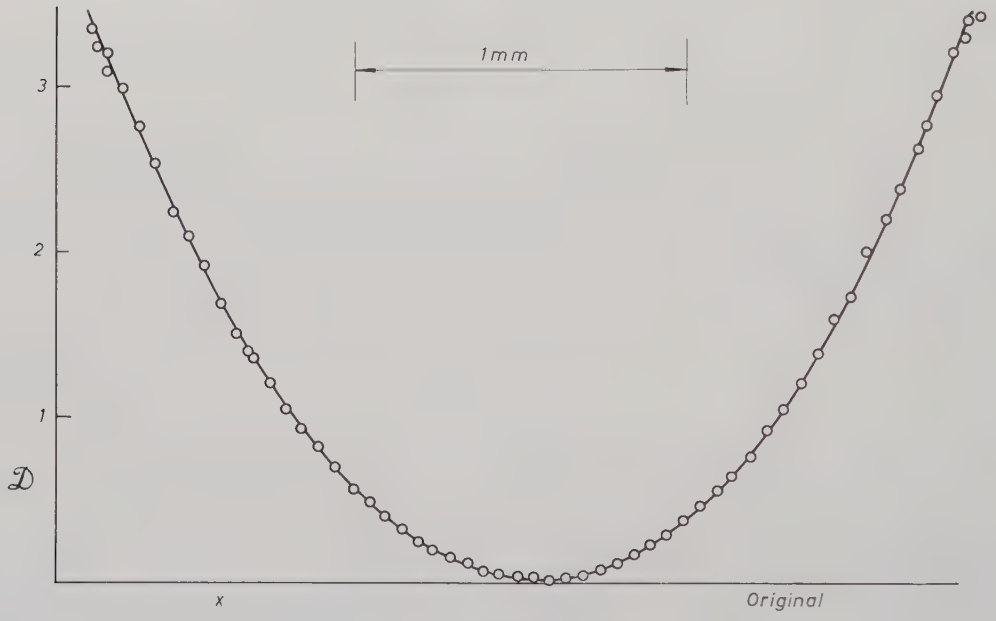


Fig. 69

R = 20 mm. Ce sont ces pupilles qui ont d'ailleurs été utilisées comme diaphragme (D) pour examiner l'influence des fonctions de domaine sur les spectres des photographies de la *figure* 62 (voir plus loin, § 2,44).

La détermination des paramètres donne pour équation de la méridienne de la pupille originale :

(6,21) $$\mathcal{D}(x) = 2\,x^2 + 0{,}03.$$

Cette loi est valable pour des densités allant jusqu'à 3 et au-delà desquelles, assez subitement, $\mathcal{D}(x)$ est mal définie. (On a reporté, sur la *figure* 69, les points expérimentaux obtenus par exploration au microphotomètre.) On a limité l'étendue du diaphragme à la valeur de x correspondante, au moyen d'un écran opaque. Cette pupille est alors photographiée. Le négatif est une réduction à 1/2,5 environ, obtenue sur émulsion Kodak grain fin (éclairage : lampe 1 000 W, double écran diffusant; exposition : 0,10 s; objectif Tessar : f = 50 mm, travaillant à f/2,8; révélateur Rodinal

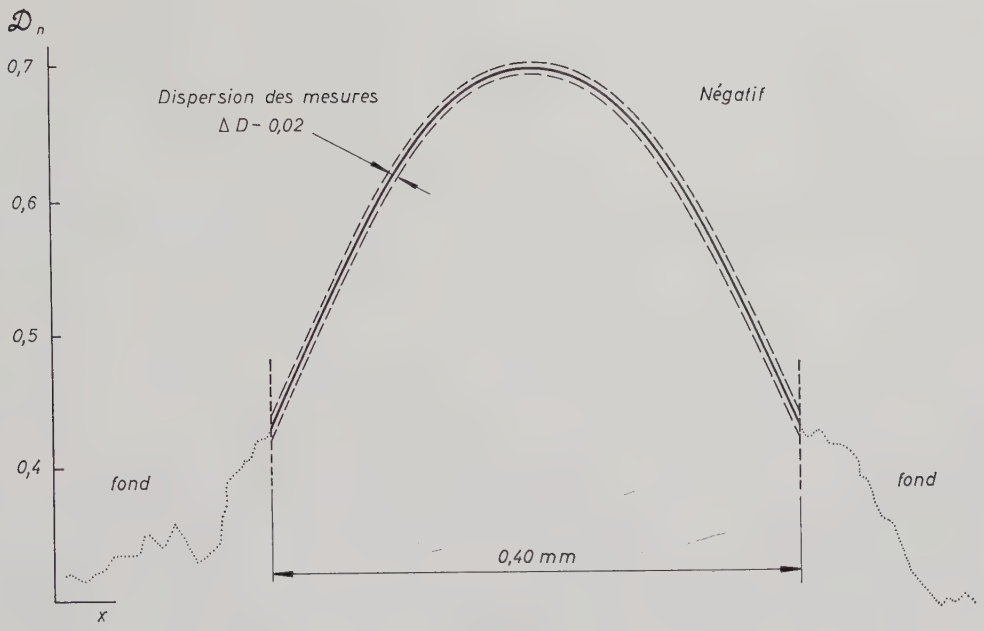

$\mathcal{D}_n$
0,7
0,6
0,5
0,4
Dispersion des mesures
Δ D – 0,02
Négatif
fond
fond
0,40 mm
x

Fig. 70

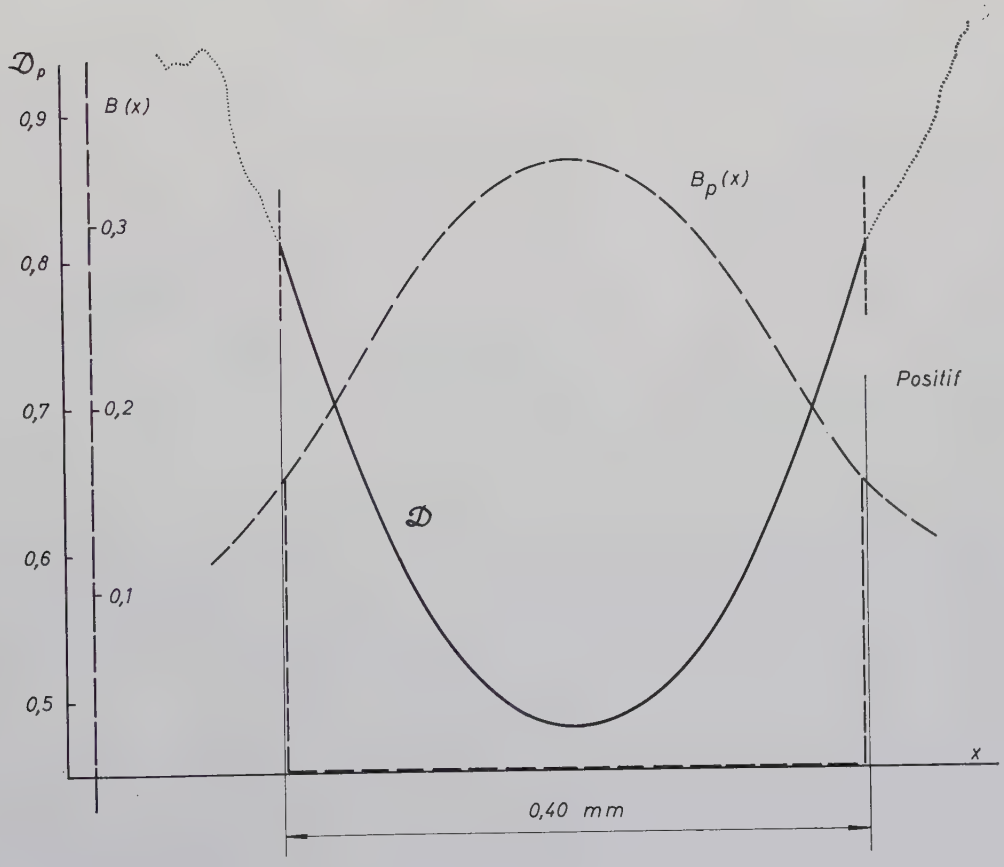

$\mathcal{D}_p$
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
B (x)
0,3
0,2
0,1
$B_p(x)$
Positif
$\mathcal{D}$
x
0,40 mm

Fig. 71

dilué à 1 %). Le positif est une copie par contact (révélateur Dektol $\frac{1}{2}$, faible contraste) sans limitation préalable d'une région de négatif. La mesure de $\mathcal{D}$ indique des fluctuations beaucoup plus grandes que la dispersion moyenne dès que $\mathcal{D}$ s'abaisse, pour le négatif, vers 0,40, ce qui n'est pas étonnant puisque, comme on le sait, la granulation présente en général, un maximum pour des densités de l'ordre de 0,25-0,40. Les courbes de densité de l'image négative et du positif ont été reproduites à la même échelle (*fig.* 70 et 71).

On a vérifié que la loi de densité dans le positif était encore parabolique :

(6,22) $$\mathcal{D}_p(x) = 8{,}116\, x^2 + 0{,}475;$$

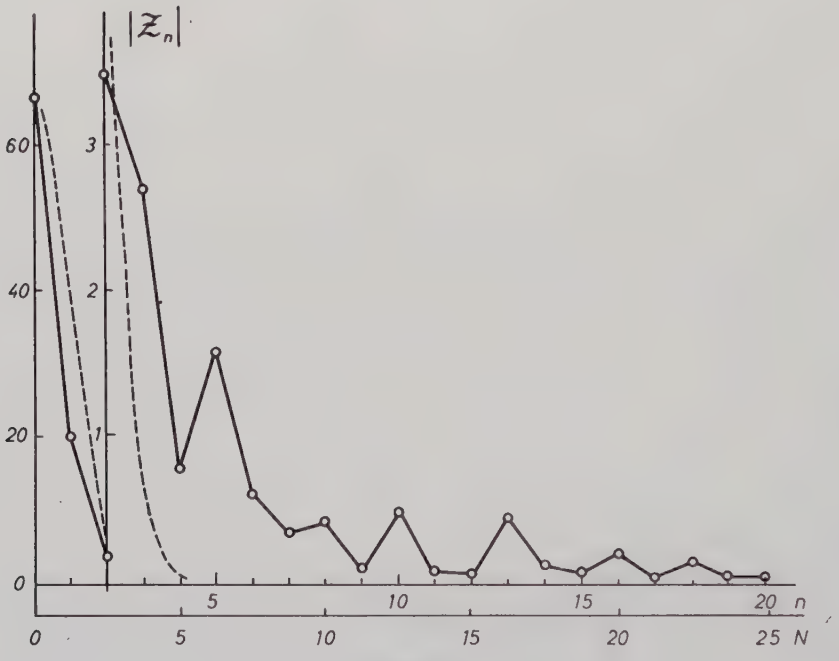


Fig. 72

elle correspond à une loi de transparence gaussienne (*fig.* 71, courbe en traits interrompus),

(6,23) $$B_p(x) = 0{,}335 \exp(-18{,}68\, x^2),$$

dans une région étroite de 0,40 mm, à l'intérieur de laquelle on peut dire que la reproduction est linéaire. A l'intérieur de cette région, la densité passe de 0,475 à 0,81 environ. Ce résultat nous est apparu assez général pour un grand nombre de reproductions : *les conditions strictes de linéarité ne peuvent être satisfaites que dans un domaine réduit de densités optiques, habituellement compris entre* 0,45 *et* 0,90.

Remarque.

On a cherché ce qui se passe lorsqu'on limite la pupille transparente à sa région de linéarité : on a déterminé son spectre jusqu'au vingtième terme de la série de Fourier ($N = 25\ mm^{-1}$) à l'analyseur harmonique (graphique, *fig.* 72). Notons que l'analyse

harmonique ne décèle aucune variation de phase faisant passer la transformée série à des valeurs négatives. Les points représentatifs des termes se placent assez loin de la courbe transformée-intégrale de $B_p(x)$ (pointillés) :

(6,24) $$T[B(x)] = \exp(-0{,}528\,N^2),$$

calculée, à un coefficient constant près, pour les valeurs de la variable x comprises entre $-\infty$ et $+\infty$.

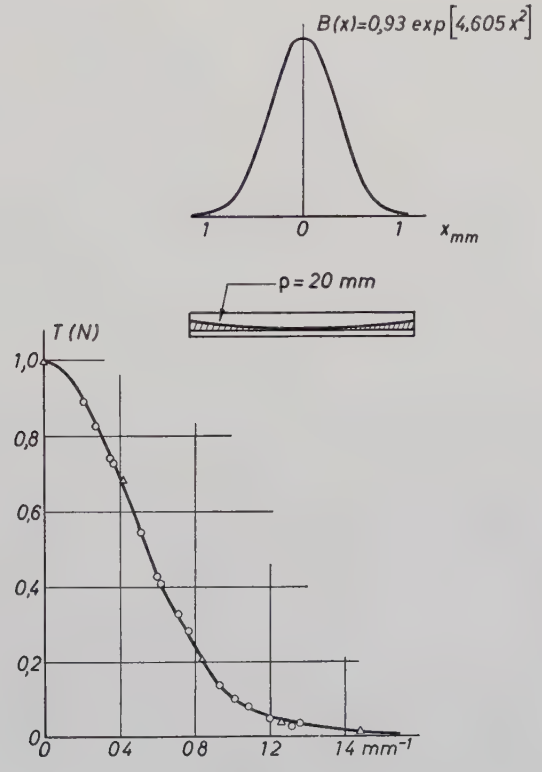


Fig. 73

2,44 Spectres des pupilles précédentes.

Ils ont été déterminés au périodographe. La *figure* 73 représente la lentille absorbante dont la densité, suivant une section perpendiculaire aux génératrices, était celle donnée par l'équation (6,21). La fonction de transparence,

$$B(x) = 0{,}933 \exp(-4{,}605\,x^2),$$

a pour transformée une fonction de la forme :

(6,25) $$T[B(x)] = 2c\int_0^{\infty} \exp(-c'^2 x^2) \cdot \cos 2\pi N x\, dx = \frac{c}{c'}\sqrt{\pi} \cdot \exp\left(\frac{-\pi^2}{c'^2} N^2\right),$$

(où c et c' sont des constantes), soit :

(6,26) $$b\,(\mathrm{N}) = \exp\,(-\,2{,}143\ \mathrm{N}^2).$$

Le tracé de la courbe $b\,(\mathrm{N})$ passe à peu près par les points obtenus au périodographe. On a indiqué également, par des triangles, les valeurs provenant de l'analyse harmonique effectuée à l'appareil Mader-Ott.

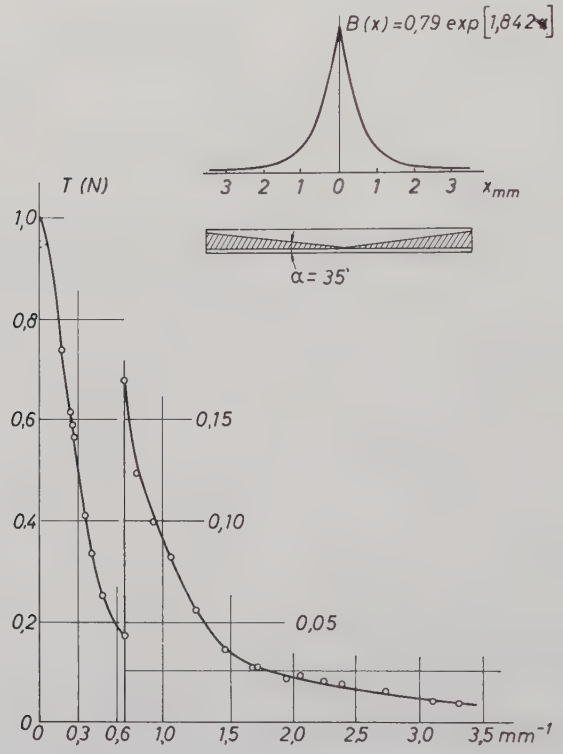


Fig. 74

De la même façon, on a mesuré le spectre du biprisme absorbant. Nous reproduisons les courbes correspondantes, *figure* 74. La détermination des différents paramètres par l'étude au microphotomètre permet de vérifier les points expérimentaux. Dans la courbe ici présentée, l'accord est satisfaisant, mais nous avons souvent relevé des écarts notables dus à une dissymétrie du biprisme reposant sur son arête. Nous allons discuter cette dissymétrie.

Modification du spectre due à l'inclinaison du biprisme sur son support.

Si α est l'angle que fait le biprisme avec le plan (*fig.* 75), la densité optique est une loi linéaire en $x\,\alpha$ et la fonction de transparence est une exponentielle encore linéaire en x. Soit A (x) la fonction de transparence en amplitude. Après normalisation, si l'on

appelle k la constante du coin absorbant, le biprisme dans sa position symétrique sera représenté par :

$$(6,27) \qquad \begin{cases} A(x) = e^{-kx} & \text{pour} \quad x > 0, \\ A(x) = e^{-k(-x)} & \text{pour} \quad x < 0. \end{cases}$$

Soit a (N) le spectre de cette fonction d'amplitude :

$$(6,28) \qquad a(N) = T[A(x)].$$

D'après les propriétés de symétrie [1] de A (x) :

$$a(N) = \int_{-\infty}^{-0} e^{-k(-x)} \cdot e^{i2\pi Nx}\, dx + \int_{0}^{\infty} e^{-kx} \cdot e^{i2\pi Nx}\, dx.$$

Si l'on change x en $-x$, après avoir effectué les calculs, il vient :

$$(6,29) \qquad a(N) = 2\int_{0}^{\infty} e^{-kx} \cdot \cos(2\pi Nx)\, dx.$$

Inclinons maintenant le biprisme d'un angle $d\alpha$. Tout se passe comme si le paramètre k variait de dk. La nouvelle valeur de la fonction A (x) sera :

$$(6,30) \qquad \begin{cases} A_1(x) = e^{-(k+dk)x} & \text{pour} \quad x > 0, \\ A_1(x) = e^{-(k-dk)(-x)} & \text{pour} \quad x < 0. \end{cases}$$

Le développement de la fonction A_1 en série de Taylor autour de l'origine donne :

$$(6,31) \qquad e^{-(k\pm dk)(\pm x)} = e^{-k(\pm x)} + x\, dk \cdot e^{-k(\pm x)} + \underline{O}(2).$$

Au second ordre près, le terme correctif sera donc :

$$(6,32) \qquad A'(x) = x\, dk\, e^{-k(\pm x)}.$$

Un changement de x en $-x$, identique au précédent, effectué dans le calcul de la transformée de A′ (x), conduit au terme correctif du spectre :

$$(6,33) \qquad a'(N) = -2i \cdot dk \cdot \int_{0}^{\infty} xe^{-kx} \cdot \sin(2\pi Nx)\, dx.$$

Ce terme est imaginaire pur, il change de signe avec dk; il est donc représenté, dans le plan (ON, Oi), par une courbe plane symétrique par rapport à l'origine. La valeur

(1) Tout au long de ce calcul, on fera appel aux théorèmes sur les symétries indiqués par P. M. Duffieux ([1], chap. IV).

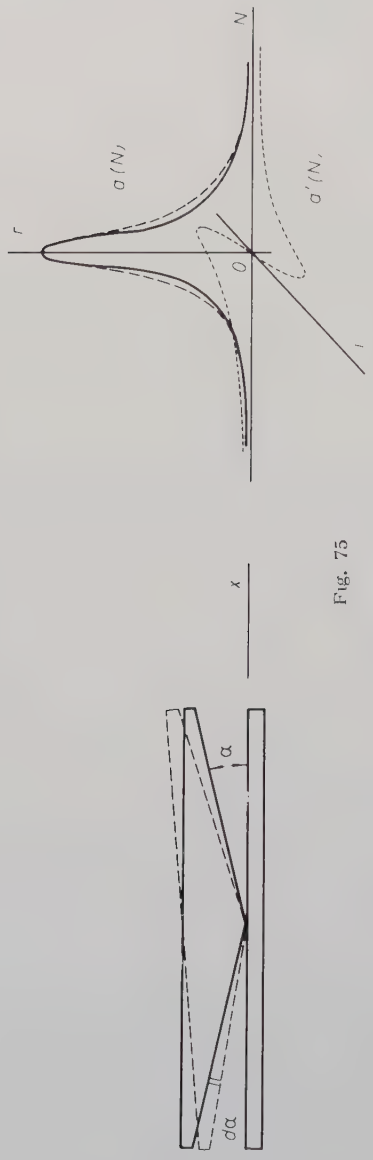


Fig. 75

$y = \exp(-0{,}1\,x)$

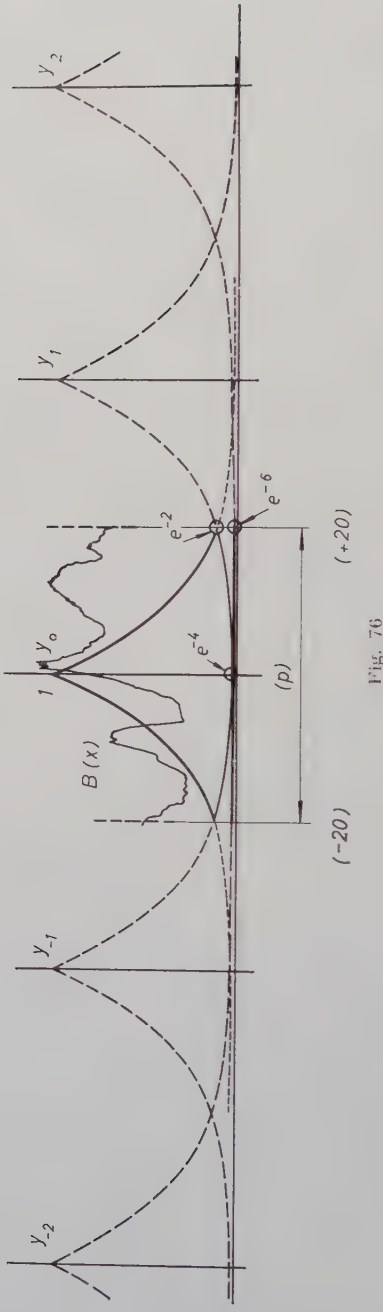


Fig. 76

du maximum du module du spectre a_1 (N) reste invariante, mais il s'introduit une distorsion de phase d'angle φ tel que :

$$\varphi = \text{Arc tg} \frac{a'(N)}{a(N)}, \tag{6,34}$$

$$a_1(N) = [a(N)^2 + a'(N)^2]^{1/2}.$$

Pour évaluer l'effet d'une variation d'inclinaison $d\alpha$, c'est-à-dire de dk sur le paramètre du biprisme, il faut étudier la dérivée de la fonction spectrale donnée par (6,29). En dérivant l'expression sous le signe somme, on a :

$$\frac{d}{dN}[a(N)] = -4\pi \int_0^\infty x \cdot e^{-kx} \cdot \sin(2\pi Nx)\, dx.$$

Soit encore, compte tenu de (6,33) :

$$-2i\pi \cdot \frac{dk}{dN}[a(N)] = a'(N). \tag{6,35}$$

Cette relation exprime la valeur de la modification a' (N) en fonction de la dérivée première du spectre. Lorsque :

$$\frac{d^2}{dN^2}[a(N)] = 0,$$

on tombe sur une extrémale de a' (N). L'expérience montre effectivement un écart maximal autour des points d'inflexion.

L'effet d'une dissymétrie est donc une distorsion de la région centrale de la courbe du module, le sommet et les pieds n'étant pratiquement pas altérés.

Emploi des pupilles apodisantes comme diaphragme (D).

Nous avons examiné des franges d'interférence sinusoïdales à travers les pupilles rectilinéaires qui viennent d'être décrites. Des photographies ont été prises [5] pour des franges à fort contraste, parallèles aux isopaques et dont l'image avait été amenée dans le plan de la pupille, la frange centrale coïncidant avec la ligne de transparence maximale.

L'opération effectuée au périodographe, c'est-à-dire le produit algébrique B . D, peut être reproduite par calcul numérique ([1], chap. X). Il suffit de faire le produit de la fonction périodique associée de D par la fonction B à étudier. Le domaine d'analyse dont la mesure est prise comme période fondamentale $\bar{p}$, est découpé en un certain nombre d'intervalles $\left(\text{de largeur } \frac{\bar{p}}{40} \text{ dans le cas présent}\right)$, à l'intérieur de chacun desquels on détermine une valeur moyenne $\overline{B(x_j)}$ de la fonction B. On réalise ainsi un histogramme. Travailler ensuite sur la fonction D_a de période $\bar{p}$ associée de D, revient à répéter à l'infini le domaine $\bar{p}$ (*fig.* 76). Dans l'espace de Fourier, la transformée du produit est la convolution de b (N) par T [D_a]; par conséquent, l'analyse harmonique de la courbe représentative du produit $D_a . \overline{B(x_j)}$ donnera le module de cette transformée.

On a choisi une première fonction de domaine, $y = \exp(-0{,}1\,x)$, ne laissant subsister qu'une erreur de 0,0025 sur une étendue seulement trois fois plus large que $\bar{p}$. L'histographie a été appliquée sur le cliché Cl′ de la *figure* 62 et le graphique des modules

est représenté, *figure* 77, par la courbe en traits interrompus. La courbe en trait plein a été obtenue suivant le même processus, mais à partir d'une pupille fictive à profil de Gauss, $y = \exp(-0{,}0016\,x^2)$. Ces graphiques ne sont pas essentiellement différents de ceux de la *figure* 65, bien que les moyennes fréquences semblent transmises plus régulièrement.

Quoique les modifications subies par certaines répartitions spectrales présentent un intérêt de curiosité, il ne nous est pas apparu essentiel, jusqu'ici, d'utiliser systématiquement de tels diaphragmes sur le périodographe.

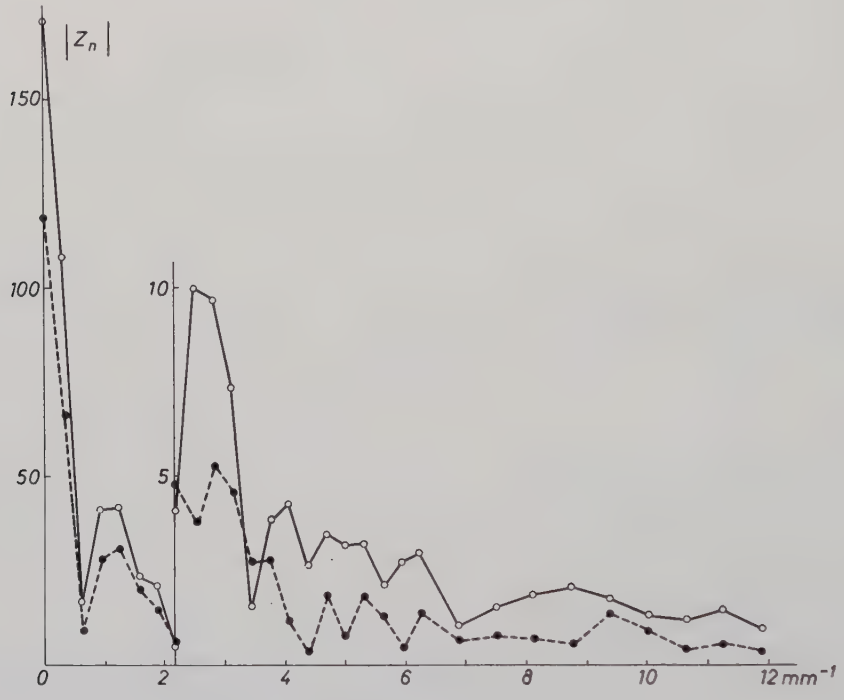


Fig. 77

3 ANALYSE D'UNE PISTE SONORE DE FILM

Les enregistrements à densité variable se comportent de la même façon que les transparences B (x) dont nous avons donné déjà plusieurs exemples. Leur étude a donné lieu à un grand nombre de travaux, tant en sensitométrie que du point de vue de la diffraction [30]. Les films sonores dont la bande latérale est à densité fixe et largeur variable ont été utilisés en particulier par Schouten [31], qui a montré que ce type de pupille permettait une analyse de Fourier exacte (1). Son montage est celui de la diffraction à l'infini, où la pupille diffractante est un fragment de film pour lequel il

(1) L'effet de la largeur de bande, considérée infinie au cours du calcul, est une convolution des spectres. Cette convolution introduit un amortissement dans l'espace des fréquences, qui détermine les limites d'enregistrement et de reproduction des harmoniques sonores (la correspondance biunivoque des fréquences d'espace et de temps est ici parfaitement évidente).

définit une fonction de transparence en amplitude à partir de laquelle il démontre que dans le spectre obtenu, les fonctions de Bessel de tous les ordres entiers sont visibles simultanément.

Notre problème est quelque peu différent. La question posée au périodographe est celle de la recherche des composantes existant effectivement dans la bande et susceptibles d'être restituées. L'appareillage doit donc être à même de fournir directement le spectre d'un son, simple ou complexe, enregistré suivant l'un ou l'autre des deux procédés.

Spectre d'un son pur (densité fixe, modulation bilatérale).

La pupille est de transparence uniforme à l'intérieur d'un domaine (D), de largeur l et de hauteur h comprise entre les deux courbes symétriques de modulation (*fig.* 78).

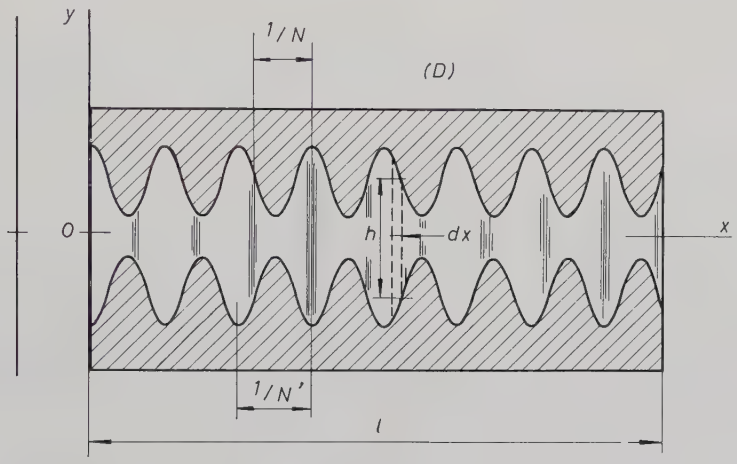


Fig. 78

On supposera que le contraste entre la région transparente et la région opaque du film est suffisamment élevé pour que la transmission de cette dernière puisse être négligée.

En superposant la fonction P à la fonction $B = C^{te}$ à l'intérieur de (D), un certain flux, Φ, est transmis vers le récepteur. Dans l'expression de Φ on groupera les termes suivant leurs périodicités. La bande des fréquences de travail, élevée au moyen du système à miroir tournant décrit au chapitre V (§ 6,2), permet d'envoyer le signal de PM sur l'une des gammes de l'analyseur électronique à travers un adaptateur d'impédances. Les fréquences fondamentales et harmoniques des composantes de Φ apparaîtront lors du balayage de la courbe spectrale sur l'écran du tube cathodique.

Prenons pour origine le point O situé au bord de (D). Pour une position x_0, la fonction de décomposition P (fonction de franges) s'écrira :

$$P(x) = 1 + V \cos(\omega x + \varphi), \tag{6,36}$$

où :

$$\omega = 2\pi N \qquad \text{et} \qquad \varphi = 2\pi N x_0.$$

La hauteur h est une fonction de x :

$$h(x) = q + r\cos(\omega' x + \varphi'), \tag{6,37}$$

avec :

$$\omega' = 2\pi N' \qquad \text{et} \qquad \varphi' = 2\pi N' x'_0,$$

N' étant la fréquence de modulation sur le film; le taux de modulation peut être défini par $\frac{r}{q}$.

Pour la largeur de bande l, le flux a pour valeur :

$$\Phi(x_0) = \int_0^l P(x) \cdot h(x)\, dx,$$

$$\Phi(x_0) = \int_0^l \{ q + Vq\cos(\omega x + \varphi) + r\cos(\omega' x + \varphi') + Vr\cos(\omega x + \varphi)\cos(\omega' x + \varphi') \}\, dx. \tag{6,38}$$

Le calcul de cette intégrale se ramène à celui de formes simples telles que :

$$\int_0^l \cos(Kx + \psi)\, dx = \frac{1}{K}[\cos\psi \cdot \sin Kl + \sin\psi(\cos Kl - 1)].$$

Il vient :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4, \tag{6,39}$$

avec :

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= ql[1 + V \cdot S(\pi Nl) \cdot \cos(\pi Nl + \varphi)],\\
\Phi_2 &= rl \cdot S(\pi N' l) \cdot \cos(\pi N' l + \varphi'),\\
\Phi_3 &= \frac{rlV}{2} \cdot S(\pi [N + N'] l) \cdot \cos(\pi [N + N'] l + [\varphi + \varphi']),\\
\Phi_4 &= \frac{rlV}{2} \cdot S(\pi [N - N'] l) \cdot \cos(\pi [N - N'] l + [\varphi - \varphi']),
\end{aligned} \tag{6,39'}$$

où la notation S (X) représente $\frac{\sin X}{X}$; les termes tels que Φ_1 ne sont pas des flux effectifs d'énergie, puisque telles qu'elles sont écrites, les expressions de Φ_j ($j = 1, 2, 3, 4$) peuvent prendre toutes les valeurs positives et négatives comprises entre — 1 et + 1.

Une première simplification est obtenue en choisissant l'origine de telle façon que $\varphi' = 0$.

Pour une fréquence N donnée, lorsque x_0 varie — c'est-à-dire encore φ —, on a :

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= A_0 + A_1\cos(C_1 + \varphi),\\
\Phi_2 &= B_2,\\
\Phi_3 &= A_3\cos(C_3 + \varphi),\\
\Phi_4 &= A_4\cos(C_4 + \varphi).
\end{aligned} \tag{6,40}$$

Φ_2 est une constante, B_2, quel que soit N. Les trois autres fonctions ont même période, $\frac{1}{N}$. Les paramètres A_1, A_3, A_4, fonctions de la fréquence N, représentent les

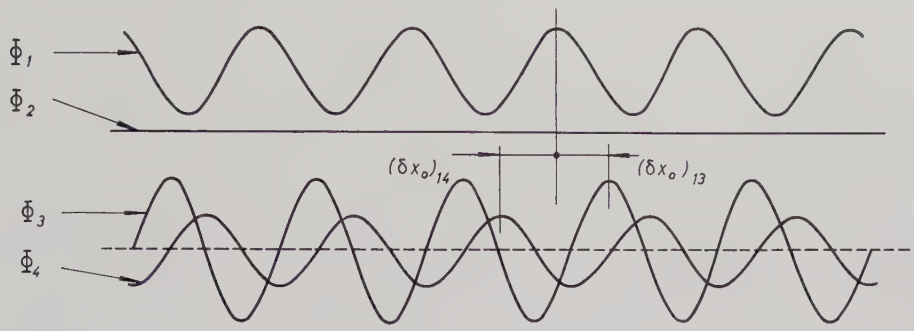


Fig. 79

amplitudes des termes de même indice. Les phases relatives sont C_1, C_3, C_4; elles sont décalées, comme l'indique la *figure* 79, de quantités données par :

$$(\delta x_0)_{1,3} = \frac{C_3 - C_1}{2\pi N} = \frac{N' l}{2N}, \quad \text{entre} \quad \Phi_1 \quad \text{et} \quad \Phi_3,$$

$$(\delta x_0)_{1,4} = \frac{C_4 - C_1}{2\pi N} = \frac{N' 1}{2N}, \quad \text{entre} \quad \Phi_1 \quad \text{et} \quad \Phi_4.$$

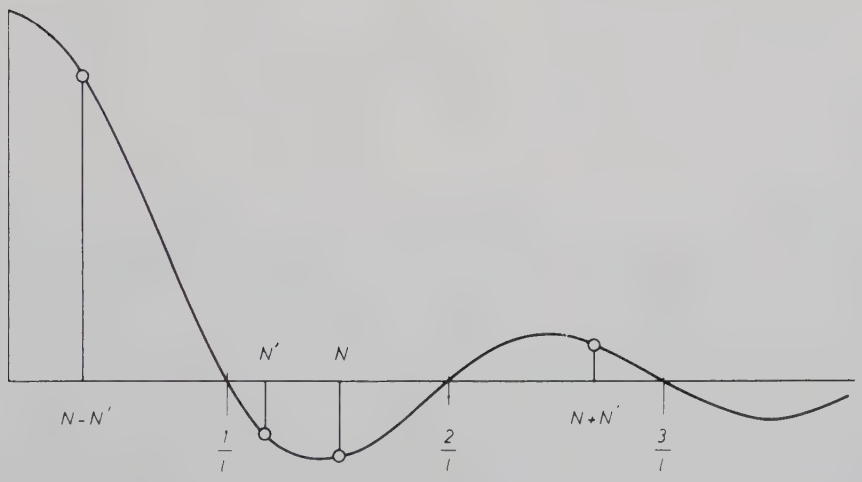


Fig. 80

D'après les équations (6,39′), on voit que les amplitudes des fonctions Φ_j sont représentées par des points du spectre de l'ouverture de largeur l, aux coefficients multiplicatifs près $\left(\text{tels que } \frac{rlV}{2}, \text{ etc.}\right)$ (*fig.* 80). Si donc (D) contient au moins une dizaine de franges, c'est-à-dire si $l \gg \frac{1}{N'}$, l'amplitude du terme Φ_4 prime devant les autres termes de Φ (elle correspond au point d'abscisse $|N - N'|$) et ses variations devraient pratiquement être les plus facilement décelables lorsque N se rapproche de N′.

Des essais ont été entrepris sur des échantillons de films sonores mis à notre disposition par l'AFITEC. Ils portent sur des sons purs de fréquences 1 000, 3 000, 5 000, 8 000 et sur des voix chantées, enregistrés sur les pistes latérales de films de différents formats. Nous avons eu ainsi à repérer par exemple des fréquences correspondantes, N′, dans les régions 2,13 mm^{-1}, 5,46 mm^{-1}, 16,9 mm^{-1}.

Les spectres examinés sur l'écran cathodique sont en général très complexes. Les diverses combinaisons ne sont pas aussi simples que celles du type (6,39). Aux basses fréquences le signal est quelque peu noyé dans le 50 Hz, le 100 Hz et les sous-harmoniques. A ces fréquences parasites s'ajoutent les termes de répétition dus aux défilements successifs des systèmes de franges entraînés par le miroir prismatique tournant, enfin les harmoniques de ces termes et ceux du signal à analyser, les distorsions, etc. Le dépouillement des spectres est relativement pénible et dans l'état actuel de cette technique il ne semble pas que nous puissions avancer avec certitude des résultats quantitatifs d'analyses complètes.

CONCLUSIONS

Les nombreux problèmes théoriques et techniques auxquels nous avons été amenés au cours de la réalisation du périodographe interférentiel, ont été discutés au fur et à mesure de la rédaction.

Le déroulement des différentes opérations qui conduisent à la détermination du spectre d'une fonction de transparence au moyen de notre appareillage, fait intervenir trois fonctions dont deux sont essentiellement des fonctions d'espace : la transparence B et le diaphragme D — fonction de sélection, puisque le spectre déterminé est assujetti aux limitations imposées par D. La variable de temps s'introduit dans la fonction de décomposition, fonction de flux incident modulé par l'interféromètre, et $P(x - x_0)$ devrait s'écrire $P(x; t)$. Toutes nos manipulations ne sont en effet exploitables rationnellement que s'il existe une loi de correspondance bien établie entre les fréquences de temps et les fréquences d'espace (nous avons explicité une telle loi au chap. V). Dès lors, il est possible et avantageux d'exprimer la fonction de flux mesurable, $\Phi(x_0; N)$, à partir de la fonction plus générale de réponse d'analyseur (qui tient compte du récepteur-enregistreur). Cette réponse d'analyseur, $R(t)$, est représentée par la courbe tracée de façon continue, la seule variable étant ici le temps. Dans ce cas, le calcul du chapitre II (§ 1) entraînerait la définition d'une « visibilité » $V_{R(t)}$, dont le module serait proportionnel à la densité de fréquence.

Cette technique d'analyse spectrale se prête d'autant plus facilement à des applications diverses que le produit des trois fonctions B, D, P est commutatif et que les rôles susceptibles d'être joués par chacune d'elles sont tout à fait réciproques. Le choix arbitraire de l'une, ou même de deux de ces fonctions, reste toujours possible. Plusieurs pupilles à lois de transparence régulières ont été ainsi essayées. On a montré la sensibilité du procédé de mesure sur l'une d'elles (biprisme absorbant) et détecté des erreurs accidentelles minimes.

Quelques exemples d'utilisation de l'appareillage ont été rappelés, ils se rapportent principalement à l'examen de photographies aériennes et à l'étude systématique d'un système optique combiné à une émulsion. D'autres exemples ont été plus longuement développés (linéarité des couches, effets de filtrage).

La limite de l'information qui peut être obtenue à partir d'une image photographique est finalement celle liée à la granulation. Dans tous les cas, c'est en effet ce facteur qui étouffe, dans les spectres, les fréquences élevées : on suggère que la considération de deux bandes de fréquences, l'une du message, l'autre de granulation (présentant un maximum bien avant celui de la granularité du côté des basses fréquences), permettrait, par évaluation de cette dernière, de montrer qu'il y a chevauchement dans une région située très au-dessous des possibilités d'un objectif employé dans ses conditions

normales d'emploi. Ce chevauchement a même effet qu'un bruit dont l'importance relative est prépondérante vers les fréquences de l'ordre de 15 à 20 mm^{-1}.

On peut se demander si b (N) conserve les mêmes valeurs quelle que soit la longueur d'onde de la lumière utilisée pour produire P (x), la transparence B se comportant différemment lorsqu'on lui superpose des répartitions de même période, mais de λ variés. L'étude d'un cliché en couleurs pourrait être entreprise en utilisant successivement plusieurs λ d'une gamme déterminée. Il n'est pas impossible alors de concevoir un « solide spectral » sur lequel seraient tracées les courbes b (N; λ). La mise en œuvre des procédés de mesure de la phase serait sans doute intéressante dans ce cas (examen de l'irradiation et de la diffusion au voisinage des bords de plages colorées).

BIBLIOGRAPHIE

[1] P. M. Duffieux (1946), *L'Intégrale de Fourier et ses applications à l'Optique* (Besançon).

[2] H. H. Hopkins (1953), *Proceedings of the Royal Society*, Londres, A **217**, 408.

[3] K. Sayanagi et H. Ito (1956), *Journal of Applied Physics*, Japon, **25**.

[4] P. M. Duffieux (1959), *Revue d'Optique*, **38**, 75.

[5] P. M. Duffieux, J. Ch. Viénot, etc. (1959), Conférence Internationale (ICO 5), Stockholm, et (1960), *Optica Acta*, **7**, 1.

[6] M. Zamansky (1958), *Introduction à l'Algèbre et à l'Analyse modernes*, éd. Dunod, Paris.

[7] J. Arsac (1956), *Optica Acta*, **3**, 55, et comm. privée (1959).

[8] H. H. Hopkins (1955), *Optica Acta*, **2**, 23.

[9] R. L. Lambert (1958), *Journal of the Optical Society of America*, **48**, 490.

[10] A. Lallemand (1949), *Journal de Physique et le Radium*, **10**, 235.

[11] D. E. Williamson (1952), *Journal of the Optical Society of America*, **42**, 712.

[12] P. Jacquinot (1948), *Journal des Recherches du Centre National de la Recherche Scientifique*, **2**.

[13] R. V. Jones et J. C. Richards (1954), *Proceedings of the Royal Society*, Londres, A **255**, 122.

[14] J. Ch. Viénot (1958), *Proceedings of the Physical Society*, Londres, **72**, 661.

[15] H. H. Hopkins (1957), *Journal of the Optical Society of America*, **47**, 508.

[16] T. Masui (1957), *Revue d'Optique*, **36**, 171.

[17] D. Kelsall (1959), Thèse, Londres.

[18] J. Ch. Viénot (1958), *Optica Acta* et *Electronica Acta*, **2**, 279.

[19] E. H. Linfoot (1958), *Optica Acta*, **5**, 3.

[20] O. H. Schade (1952), *Journal of the Society of Motion Picture and Television Engineers*, **58**, 181.

[21] H. Frieser (1935), *Kinotechnik*, 17, 167; (1938), *Zeitschrift für Wissenschaftliche Photographie*, 37, 251; (1959), *Hausmitteilungen*, **11**, 1/2.
E. W. H. Selwyn (1948), *The Photographic Journal of London*, **88 B**, 6, 46.

[22] E. O'Neill (1956), *IRE Transactions of the Professional Group on Information Theory*, *IT* 2, 56.

[23] Toutan (1957), *Actes « Mesures et Connaissance »*, Paris, 89.

[24] E. Ingelstam, E. Djurle et B. Sjögren (1956), *Journal of the Optical Society of America*, **46**, 707; K. Sayanagi (1957), *Journal of the Optical Society of America*, **47**, 566; L. O. Hendeberg (1960), *Arkiv för Fysik*, **16**, 417.

[25] H. Kubota et H. Ohzu (1957), *Journal of the Optical Society of America*, 47, 666.

[26] P. Croce (1956), Thèse, Paris.

[27] A. Couder (1944), *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **219**, 677.

[28] P. Jacquinot, P. Boughon, M^lle Dossier, *Théorie des images optiques*; Éd. Revue d'Optique (1950), *Journal des Recherches du Centre National de la Recherche Scientifique*, **11**, 12.

[29] P. M. Duffieux (1953), *Revue d'Optique*, **32**, 405.

[30] D. Brown (1937), *Nature*, Londres, **140**, 1099, et (1938), *Proceedings of the Physical Society*, Londres, **51**, 244.

A. Lovichi (1943), *Sensitométrie des films sonores*, Éd. Lahure, Paris.

Articles publiés par différents auteurs, ces dernières années, dans la *Revue des Laboratoires Kodak*.

[31] J. F. Schouten (1940), *Physica*, **7**, 101.

[T.L.] J. Ch. Viénot (1958), Thèse, Londres.

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

LES MASERS OPTIQUES

Vu et approuvé .

Paris, le 14 décembre 1960

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. PÉRÈS.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

J. SARRAILH

IMPRIMERIE

22344 - Imprimerie du S.D.I.T., 4, avenue de la Porte-d'Issy, Paris-XV^{e}

SDIT
IMPRIMERIE